

А. К. Гуц

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ЛОГИКА
И
ТЕОРИЯ
АЛГОРИТМОВ**



URSS

А. К. Гуц

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Издание третье,
исправленное



URSS
МОСКВА

ББК 22.12 22.18 32.81
УДК 53:630.11

Гуц Александр Константинович

Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие.

Изд. 3-е, испр. — М.: ЛЕНАНД, 2016. — 128 с.

Настоящее учебное пособие посвящено изложению математической логики и теории алгоритмов. Основу пособия составляют лекции, которые читаются студентам второго курса факультета компьютерных наук Омского государственного университета.

Излагаются классическая логика, метод резолюций, формальные исчисления, формальная арифметика, принципы логического программирования, нечеткая логика и нечеткая арифметика, модальные, временные и алгоритмические логики. Приводятся семантика Крипке, аксиомы алгоритмической логики Хоара, логики Васильева и Лукасевича. Даются представления о частично рекурсивных функциях, машине Тьюринга—Поста, нормальных алгоритмах Маркова и о сложности алгоритмов.

Для студентов, обучающихся по специальностям «Компьютерная безопасность» и «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети».

Формат 60×90/16. Печ. л. 8. Зак. № ИН-90.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978–5–9710–2629–7

© ЛЕНАНД, 2015

18743 ID 205398



НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

I	Логика	7
1	Классическая логика	8
1.1.	Логика высказываний	8
1.1.1.	Высказывания	8
1.1.2.	Основные законы логики	9
1.1.3.	Логический парадокс Рассела	10
1.1.4.	Алгебра (логика) высказываний	11
1.1.5.	Релейно-контактные схемы	12
1.1.6.	Равносильные формулы	14
1.1.7.	Алгебра Буля	15
1.1.8.	Истинные и общезначимые формулы	15
1.1.9.	Проблема разрешимости	15
1.1.10.	Логическое следствие	16
1.1.11.	Силлогизмы	17
1.2.	Логика предикатов	17
1.2.1.	Предикаты и формулы	18
1.2.2.	Интерпретации	19
1.2.3.	Истинность и выполнимость формул. Модели, общезначимость, логическое следствие	20
1.2.4.	Готлоб Фреге	21
1.2.5.	Сколемовские функции и сколемизация формул	22
1.3.	Метод резолюций	25
1.3.1.	Метод резолюций в логике высказываний	25
1.3.2.	Метод резолюций в логике предикатов	29

2	Формальные теории (исчисления)	31
2.1.	Определение формальной теории, или исчисления . . .	32
2.1.1.	Доказательство. Непротиворечивость теории. Полнота теории	32
2.2.	Исчисление высказываний	33
2.2.1.	Язык и правила вывода исчисления высказываний	33
2.2.2.	Пример доказательства теоремы	35
2.2.3.	Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний	36
2.3.	Исчисление предикатов	37
2.3.1.	Язык и правила вывода исчисления предикатов	37
2.3.2.	Полнота и непротиворечивость исчисления предикатов	39
2.4.	Формальная арифметика	39
2.4.1.	Эгалитарные теории	39
2.4.2.	Язык и правила вывода формальной арифметики	40
2.4.3.	Непротиворечивость формальной арифметики. Теорема Генцена	40
2.4.4.	Теорема Гёделя о неполноте	41
2.4.5.	Курт Гёдель	42
2.5.	Автоматический вывод теорем	43
2.5.1.	С. Ю. Маслов	43
2.6.	Логическое программирование	45
2.6.1.	Логическая программа	46
2.6.2.	Языки логического программирования	49
3	Неклассические логики	51
3.1.	Интуиционистская логика	51
3.2.	Нечёткая логика	52
3.2.1.	Нечёткие подмножества	52
3.2.2.	Операции над нечёткими подмножествами . . .	53
3.2.3.	Свойства множества нечётких подмножеств . .	54
3.2.4.	Нечёткая логика высказываний	55
3.2.5.	Нечёткие релейно-контактные схемы	57
3.2.6.	Нечёткие числа	57
3.3.	Модальные логики	59
3.3.1.	Типы модальности	59

3.3.2.	Исчисления I и T (Фейса-фон Вригта)	60
3.3.3.	Исчисления S4, S5 и исчисление Брауэра	61
3.3.4.	Означивание формул	61
3.3.5.	Семантика Крипке	63
3.3.6.	С.А. Крипке	64
3.3.7.	Другие интерпретации модальных знаков	64
3.4.	Временные логики	65
3.4.1.	Временная логика Прайора	65
3.4.2.	Временная логика Леммона	66
3.4.3.	Временная логика фон Вригта	66
3.4.4.	Георг фон Вригт	67
3.4.5.	Приложение временных логик к программированию	68
3.4.6.	Временная логика Пнуели	69
3.5.	Алгоритмические логики	72
3.5.1.	Принципы построения алгоритмической логики	73
3.5.2.	Алгоритмическая логика Хоара	76
3.5.3.	Чарльз Хоар	79
3.6.	Логика Васильева	79
3.6.1.	Интерпретации логики Васильева	80
3.6.2.	Н. А. Васильев	81
3.6.3.	Трёхзначная логика Лукасевича	82
3.6.4.	ЭВМ «Сетунь»	83

II Алгоритмы 84

4	Алгоритмы	85
4.1.	Понятие алгоритма и вычислимой функции	85
4.2.	Рекурсивные функции	86
4.2.1.	Примитивно рекурсивные функции	87
4.2.2.	Частично рекурсивные функции	88
4.2.3.	Тезис Чёрча	89
4.3.	Машина Тьюринга—Поста	90
4.3.1.	Вычисление функций на машине Тьюринга—Поста	91
4.3.2.	Примеры вычислений	93
4.3.3.	Тезис Тьюринга	94
4.3.4.	Универсальная машина Тьюринга—Поста	94

4.4.	Алан Тьюринг	95
4.5.	Эмиль Пост	97
4.6.	Нормальные алгорифмы Маркова	98
4.7.	Эффективные алгоритмы	99
4.8.	Алгоритмически неразрешимые проблемы	100
5	Сложность алгоритмов	102
5.1.	Понятие о сложности алгоритмов	102
5.2.	Классы задач P и NP	103
5.2.1.	Класс задач P	103
5.2.2.	Класс задач NP	104
5.2.3.	Недетерминированная машина Тьюринга	104
5.3.	О понятии сложности	106
5.3.1.	Три типа сложности	106
5.3.2.	Четыре категории чисел по Колмогорову	106
5.3.3.	Тезис Колмогорова	107
5.4.	А. Н. Колмогоров	108
6	Алгоритмы реальности	110
6.1.	Генератор виртуальной реальности	111
6.2.	Принцип Тьюринга	111
6.3.	Логически возможные среды Кантгоуту	113

Литература