

УНИВЕРСИТЕТЫ РОССИИ



Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В БИОЛОГИИ И ЭКОЛОГИИ

## БИОФИЗИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПРОДУКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 1

УЧЕБНИК

2-е издание



СООТВЕТСТВУЕТ  
ПРОГРАММАМ  
ВЕДУЩИХ НАУЧНО-  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ  
ШКОЛ

 **Юрайт**  
Издательство

[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)

**Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин**

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В БИОЛОГИИ И ЭКОЛОГИИ**

**БИОФИЗИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА  
ПРОДУКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ**

**Часть 1**

**УЧЕБНИК ДЛЯ БАКАЛАВРИАТА И МАГИСТРАТУРЫ**

**2-е издание, исправленное и дополненное**

**Книга доступна в электронной библиотечной системе  
[biblio-online.ru](http://biblio-online.ru)**

**Москва • Юрайт • 2016**

УДК 577.3(075.8)  
ББК 28.071я73  
Р49

**Авторы:**

**Ризниченко Галина Юрьевна** — профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры биофизики биологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;

**Рубин Андрей Борисович** — доктор биологических наук, профессор, заведующий кафедрой биофизики биологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, член-корреспондент Российской академии наук.

**Ризниченко, Г. Ю.**

Р49 Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов. В 2 ч. Часть 1 : учебник для бакалавриата и магистратуры / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 253 с. — Серия : Университеты России.

ISBN 978-5-9916-8194-0 (ч. 1)

ISBN 978-5-9916-8197-1

Серия «Университеты России» позволит высшим учебным заведениям нашей страны использовать в образовательном процессе учебники и учебные пособия по различным дисциплинам, подготовленные преподавателями лучших университетов России и впервые опубликованные в издательствах университетов. Все представленные в этой серии учебники прошли экспертную оценку учебно-методического отдела издательства и публикуются в оригинальной редакции.

Издание состоит из двух частей. В первой части рассмотрены основные проблемы моделирования продукционных процессов, модели роста и развития отдельной популяции, взаимодействия двух популяций и биологических сообществ, во второй — продукционные процессы в водных экосистемах, модели культивирования микроорганизмов, продукционного процесса растений, а также теории роста человечества.

В учебнике обсуждаются основные биофизические закономерности и математические модели биологических продукционных процессов. Особое внимание уделено изучению закономерностей пространственно-временной самоорганизации продукционных систем. На данный момент ряд статистических данных, приводимых в учебнике, устарели. Однако это существенно не влияет на процесс обучения и произошедшие изменения при необходимости могут быть учтены преподавателями.

*Для студентов и аспирантов биологических направлений и специальностей, а также для специалистов, использующих кинетические модели продукционного процесса в научной и практической работе.*

УДК 577.3(075.8)

ББК 28.071я73



*Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».*

ISBN 978-5-9916-8194-0 (ч. 1)  
ISBN 978-5-9916-8197-1

© Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б., 2004  
© Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б., 2016,  
с изменениями  
© ООО «Издательство Юрайт», 2016

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Основные проблемы моделирования производственных процессов .....</b>	<b>8</b>
1.1. Классификация моделей.....	8
1.2. Имитационное моделирование.....	14
1.3. Устойчивость производственных процессов .....	18
1.4. Прямая и обратная кинетические задачи. Идентификация параметров.....	21
1.5. Принципы лимитирования, закон толерантности и функции отклика .....	25
1.6. Задачи управления производственными процессами .....	32
<b>Глава 2. Модели роста и развития отдельной популяции.....</b>	<b>38</b>
2.1. Непрерывные модели.....	39
2.2. Влияние запаздывания.....	50
2.3. Дискретные модели популяций с неперекрывающимися поколениями .....	56
2.4. Матричные модели популяций .....	67
2.5. Стохастические модели популяций.....	76
2.6. Пространственное распространение вида .....	83
2.7. Модели популяции с нелинейной диффузией .....	91
2.8. Роль таксиса в пространственно-временной динамике.....	101
2.9. Переходные процессы в моделях популяций, учитывающих расселение вида в пространстве.....	104
<b>Глава 3. Модели взаимодействия двух популяций .....</b>	<b>112</b>
3.1. Классификация взаимодействий.....	112
3.2. Вольтерровские модели конкуренции .....	115
3.3. Вольтерровские модели взаимоотношений типа хищник – жертва.....	121
3.4. Учет пространственного перемещения.....	134
3.5. Обобщенные модели взаимодействия двух видов .....	138
3.6. Влияние запаздывания на устойчивость системы.....	154

## ОГЛАВЛЕНИЕ

3.7. Экологические диссипативные структуры .....	161
3.8. Пространственный хаос в моделях хищник – жертва .....	167
3.9. Модели типа реакция – диффузия – адвекция .....	177
<b>Глава 4. Модели биологических сообществ .....</b>	<b>192</b>
4.1. Структура сообществ .....	192
4.2. Модель простой трофической цепи .....	198
4.3. Стационарные состояния и динамические режимы в сообществе из трех видов .....	203
4.4. Взаимосвязь потоков вещества и энергии .....	210
4.5. Системы с фиксированным количеством вещества .....	217
4.6. Статистическая механика вольтерровских систем .....	228
4.7. Модели систем с лимитированием .....	233
4.8. Комpartmentальные системы .....	245