

**В. В. Немыцкий**

**В. В. Степанов**

**КАЧЕСТВЕННАЯ  
ТЕОРИЯ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ**



**URSS**

**Репринт 2-го, существенно  
переработанного  
и дополненного издания**

**В. В. Немыцкий, В. В. Степанов**

# **КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Издание четвертое



**URSS**  
МОСКВА

**Немыцкий Виктор Владимирович,  
Степанов Вячеслав Васильевич**

**Качественная теория дифференциальных уравнений. Изд. 4-е.  
М.: ЛЕНАНД, 2017. — 552 с.**

Вниманию читателя предлагается книга известных российских математиков, профессоров Московского государственного университета, посвященная методам и приложениям качественной теории дифференциальных уравнений. Главной идеей монографии является теория топологических свойств семейства интегральных кривых. Во второй и третьей главах рассматриваются аффинные инварианты семейства интегральных кривых. В книгу включено изложение многих важных теорий, включая основы теории устойчивости Ляпунова.

Книга предназначена специалистам — математикам, механикам, физикам, а также студентам и аспирантам.

Формат 60×90/16. Печ. л. 34,5. Зак. № АЛ-886.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-4575-5

© ЛЕНАНД, 2017

15238 ID 227700



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию . . . . .	5
Предисловие к первому изданию . . . . .	6
Введение . . . . .	7
<b>Глава I. Теоремы существования и непрерывности . . . . .</b>	<b>11</b>
§ 1. Теорема существования . . . . .	11
§ 2. Некоторые теоремы единственности и непрерывности . . . . .	19
§ 3. Динамические системы, определяемые системой дифференциальных уравнений . . . . .	26
§ 4. Выпрямляемые семейства интегральных кривых . . . . .	39
§ 5. Поле линейных элементов . . . . .	44
<b>Глава II. Интегральные кривые системы двух дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>48</b>
§ 1. Общие свойства интегральных кривых на плоскости . . . . .	48
§ 2. Траектории на торе . . . . .	65
§ 3. Геометрическая классификация особых точек . . . . .	77
§ 4. Аналитические критерии для различения типов особой точки . . . . .	84
§ 5. Критерии существования периодических решений . . . . .	142
<b>Глава III. Общее исследование системы <math>n</math> дифференциальных уравнений (асимптотическое поведение решений) . . . . .</b>	<b>165</b>
Введение . . . . .	165
§ 1. Общие теоремы о системах линейных уравнений . . . . .	169
§ 2. Приводимые системы . . . . .	176
§ 3. Теория характеристических чисел А. М. Ляпунова . . . . .	182
§ 4. Качественное исследование систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами и приводимых систем . . . . .	201
§ 5. Почти линейные системы . . . . .	218
<b>Глава IV. Исследование окрестности особой точки и периодического решения для системы <math>n</math> дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>232</b>
§ 1. Исследование окрестности особой точки в аналитическом случае . . . . .	232
§ 2. Исследование окрестности особой точки в общем случае . . . . .	261
§ 3. Устойчивость по Ляпунову по первому приближению . . . . .	285
§ 4. Исследование интегральных кривых в окрестности периодического движения . . . . .	291
§ 5. Метод поверхностей сечения . . . . .	314
<b>Глава V. Общая теория динамических систем . . . . .</b>	<b>345</b>
§ 1. Общие свойства динамических систем . . . . .	346

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	2. Локальная структура динамической системы . . . . .	351
	3. Предельные свойства динамических систем . . . . .	357
	4. Устойчивость по Пуассону . . . . .	363
	5. Возвращаемость областей. Центральные движения . . . . .	372
	6. Минимальный центр притяжения . . . . .	389
	7. Минимальные множества и рекуррентные движения . . . . .	400
	8. Почти периодические движения . . . . .	411
	9. Асимптотические траектории . . . . .	426
	10. Вполне неустойчивые динамические системы . . . . .	429
	11. Динамические системы, устойчивые по Ляпунову . . . . .	443
<b>Глава VI.</b>	<b>Системы с интегральным инвариантом . . . . .</b>	<b>449</b>
	1. Определение интегрального инварианта . . . . .	449
	2. Мера Каратеодори . . . . .	456
	3. Теоремы возвращения . . . . .	469
	4. Теоремы Гопфа . . . . .	475
	5. Эргодическая теорема Биркгофа . . . . .	480
	6. Добавления к эргодической теореме . . . . .	490
	7. Статистические эргодические теоремы . . . . .	493
	8. Обобщения эргодической теоремы . . . . .	495
	9. Инвариантные меры произвольной динамической системы . . . . .	507
	<b>Библиография . . . . .</b>	<b>541</b>
	<b>Алфавитный указатель . . . . .</b>	<b>546</b>