

**В. А. Ильина  
П. К. Силаев**

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
ДЛЯ  
ФИЗИКОВ-ТЕОРЕТИКОВ**



В. А. ИЛЬИНА, П. К. СИЛАЕВ

# ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ФИЗИКОВ-ТЕОРЕТИКОВ

## II



Москва ♦ Ижевск

2004

УДК 519.6

---

Интернет-магазин

**MANIFEST**

<http://shop.red.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - нефтегазовые технологии
- 

**Ильина В. А., Силаев П. К.**

Численные методы для физиков-теоретиков. II. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 118 стр.

Данное пособие основано на лекциях и практических занятиях по курсу численных методов для будущих физиков-теоретиков. Основная цель книги состоит в рассмотрении понятных и достаточно простых в написании алгоритмов, ориентированных главным образом на решение типичных задач теоретической физики и являющихся, безусловно, необходимой частью арсенала любого физика-теоретика.

Для студентов физических специальностей.

**ISBN 5-93972-320-9**

© В. А. Ильина, П. К. Силаев, 2004

© Институт компьютерных исследований, 2004

<http://ics.org.ru>

<http://red.ru>

# Оглавление

1.	Предисловие . . . . .	5
2.	Элементарные сведения о параллельных вычислениях . . . . .	5
2.1.	Некоторые общие сведения о параллельных вычислениях . . . . .	6
2.2.	Простейшие сведения о протоколе MPI . . . . .	9
3.	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .	16
3.1.	Методы Рунге-Кутта . . . . .	17
3.1.1.	Разнообразные n-точечные схемы . . . . .	17
3.1.2.	Адаптивное изменение шага . . . . .	21
3.2.	Интерполяционные методы . . . . .	27
3.2.1.	Простейшие рецепты . . . . .	27
3.2.2.	Переменный шаг . . . . .	30
3.3.	Простейшие методы «предсказание-коррекция» . . . . .	32
3.3.1.	Схемы Адамса . . . . .	33
3.3.2.	Переменный шаг . . . . .	35
4.	Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .	37
4.1.	Метод «стрельбы» . . . . .	38
4.1.1.	Общий рецепт . . . . .	38
4.1.2.	Уравнение типа Шредингера . . . . .	40
4.1.3.	Особые точки . . . . .	45
4.2.	Релаксационные методы . . . . .	47
4.2.1.	Метод Ньютона . . . . .	48
4.2.2.	Минимизация . . . . .	52
4.2.3.	Переменный шаг . . . . .	56
5.	«Жесткие» системы . . . . .	58
5.1.	Неявные схемы Рунге-Кутта . . . . .	63
5.2.	Неявные интерполяционные схемы . . . . .	66
6.	Дифференциальные уравнения в частных производных . . . . .	68
6.1.	Задача Коши для линейных уравнений . . . . .	68
6.2.	Задача Коши для гиперболических уравнений . . . . .	78
6.2.1.	Самый «наивный» вариант . . . . .	78
6.2.2.	Простейший анализ устойчивости . . . . .	79
6.2.3.	Простейший удовлетворительный рецепт . . . . .	81

6.2.4.	Большее число измерений . . . . .	82
6.3.	Задача Коши для параболических уравнений . . . . .	85
6.3.1.	Анализ устойчивости . . . . .	86
6.3.2.	Два простейших рецепта . . . . .	87
6.3.3.	Большее число измерений . . . . .	89
6.4.	Краевая задача для линейных уравнений . . . . .	90
6.5.	Краевая задача для эллиптических уравнений . . . . .	93
6.5.1.	Чебышевское ускорение . . . . .	93
6.5.2.	Минимизация . . . . .	97
6.5.3.	Мультирешетки . . . . .	98
7.	Интегральные уравнения. Нелокальные уравнения . . . . .	102
7.1.	Уравнение Вольтерра . . . . .	104
7.2.	Задача на собственные значения . . . . .	105
7.3.	Уравнение Фредгольма II рода . . . . .	106
7.4.	Итерационный метод . . . . .	107
8.	Некорректные задачи . . . . .	108
8.1.	«Примитивный» рецепт . . . . .	109
8.2.	Регуляризация . . . . .	110
9.	Задачи для вычислительного практикума . . . . .	112
	Литература . . . . .	117