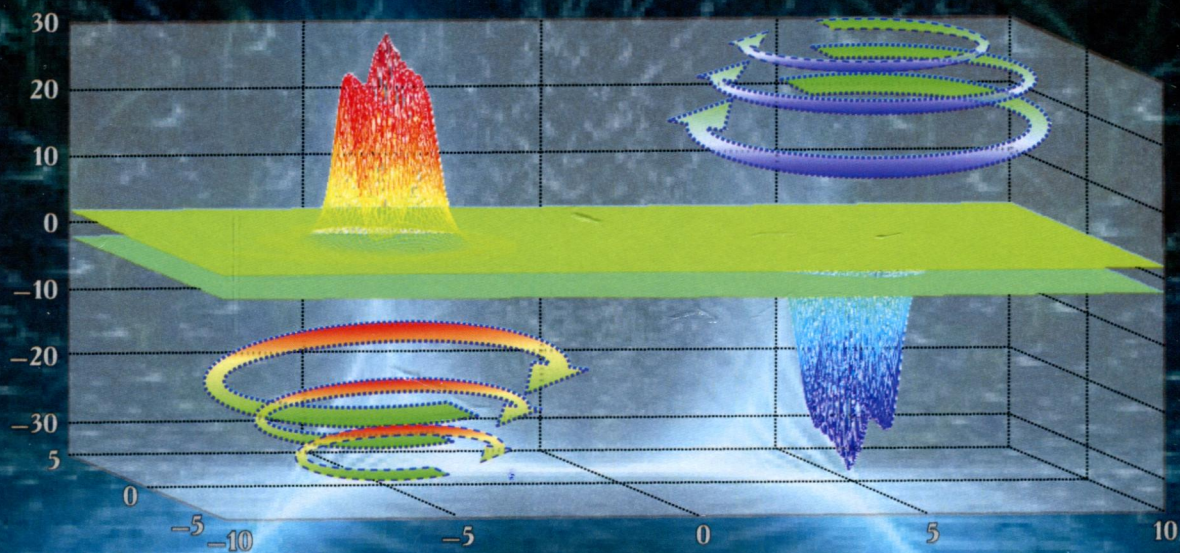


**Х.Х. МУМИНОВ Ф.Ш. ШОКИРОВ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ**



НОВОСИБИРСК  
ИЗДАТЕЛЬСТВО СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
2017

**Академия наук Республики Таджикистан  
Физико-технический институт им. С.У. Умарова**

**Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров**

**Математическое моделирование  
нелинейных динамических систем  
квантовой теории поля**

Монография



НОВОСИБИРСК  
ИЗДАТЕЛЬСТВО СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

2017

УДК 519.8:530.145

ББК 22.19+22.31

М 90

Муминов Х.Х.

**М90 Математическое моделирование нелинейных динамических систем квантовой теории поля: монография / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров; Академия наук Республики Таджикистан, Физико-технический институт им. С.У. Умарова. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017. – 375 с.**

**ISBN 978-5-7692-1547-6**

**Рецензенты:**

- |              |   |
|--------------|---|
| С. ОДИНАЕВ   | Доктор физико-математических наук, профессор, академик АН РТ, Душанбе, РТ |
| Ю.П. РЫБАКОВ | Доктор физико-математических наук, профессор, Москва, РФ                  |
| Т.Х. САЛИХОВ | Доктор физико-математических наук, профессор, Душанбе, РТ                 |

В монографии приведены результаты исследований нелинейных явлений в моделях квантовой теории поля, проведенных авторами в течение более двадцати последних лет. В частности, приведены результаты аналитических и численных расчетов локализованных топологических и динамических полей суперсимметричных нелинейных сигма-моделей в 1D, 2D и 3D пространстве-времени. Получены эволюционные модели, описывающие динамику радиально-симметричных стационарных и осциллирующих топологических вихрей, доменных стенок, бризерных полей и их взаимодействия. Приведены результаты исследований динамики магнитных спиновых систем на основе построения обобщенных когерентных состояний, учитывающих размерность пространства спиновых состояний.

Для студентов старших курсов физических и информационно-вычислительных факультетов, а также аспирантов – теоретиков и экспериментаторов, преподавателей, научных работников, интересующихся исследованиями нелинейных уравнений математической физики.

*Печатается по решению Ученого совета Физико-технического института  
им. С.У. Умарова Академии наук Республики Таджикистан  
от 24.02.2017, № 3*

ISBN 978-5-7692-1547-6

© Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров, 2017

© Оформление. Издательство СО РАН, 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	8
<b>Глава 1. Нелинейные теоретико-полевые модели .....</b>	<b>12</b>
1.1. НУМФ и их частицеподобные решения.....	12
1.2. Аналитические методы интегрирования .....	20
1.3. Численные методы интегрирования .....	24
Литература .....	30
<b>Глава 2. Нелинейные <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>35</b>
2.1. Введение .....	36
2.2. Фундаментальные взаимодействия .....	39
2.2.1. Предсказание мезонов .....	39
2.2.2. Теория фундаментальных взаимодействий, $\sigma$ -поле .....	41
2.3. $O(3)$ нелинейные $\sigma$ -модели .....	47
Литература.....	50
<b>Глава 3. Численные схемы .....</b>	<b>54</b>
3.1. Методы построения численных схем .....	54
3.2. Разностные схемы .....	61
3.2.1. Разностные схемы для одномерного случая .....	63
3.2.2. Граничные условия типа «черный ящик» .....	66
3.2.3. Разностные схемы для двумерного случая .....	68
Литература.....	69
<b>Глава 4. Бризерные решения <math>(1+1)</math>-мерной     <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели.....</b>	<b>73</b>
4.1. Численное моделирование одномерных бризеров .....	73

4.2. Динамика взаимодействия бризеров .....	78
4.3. Динамика взаимодействия бризеров уравнения СГ и $O(3)$ НСМ .....	81
4.4. Взаимодействие динамических и топологических солитонов .....	84
Литература .....	88
<b>Глава 5. Топологические солитоны (1+1)-мерной <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>90</b>
5.1. Доменные стенки .....	90
5.1.1. Доменные стенки уравнения СГ .....	91
5.1.2. Доменные стенки $O(3)$ НСМ .....	94
5.2. Динамика взаимодействия доменных стенок .....	96
5.2.1. Взаимодействия однотипных доменных стенок .....	96
5.2.2. Взаимодействия доменных стенок уравнения СГ и $O(3)$ НСМ ...	97
5.3. Взаимодействие доменных стенок и бризеров .....	101
5.3.1. Динамика взаимодействия бризеров с ДС уравнения СГ .....	102
5.3.2. Динамика взаимодействия бризеров с ДС в $O(3)$ НСМ .....	103
5.3.3. Динамика взаимодействия бризеров $O(3)$ НСМ с ДС уравнения СГ .....	106
5.3.4. Динамика взаимодействия бризеров уравнения СГ и ДС $O(3)$ НСМ .....	107
Литература .....	108
<b>Глава 6. Бризеры (2+1)-мерной <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>109</b>
6.1. Математическое моделирование бризерных решений .....	110
6.1.1. Теоретические расчеты .....	110
6.1.2. Осциллирующее решение (2+1)-мерного уравнения СГ .....	113
6.1.3. Осциллирующее решение (2+1)-мерной $O(3)$ НСМ .....	115
6.2. Численное моделирование стационарных бризеров.....	117
6.2.1. Стационарный бризер уравнения СГ .....	118
6.2.2. Стационарный бризер $O(3)$ НСМ .....	119
6.2.3. Численное моделирование движущихся бризеров .....	121
Приложения .....	125
Литература.....	128
<b>Глава 7. Динамика взаимодействия бризерных солитонов (2+1)-мерной <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>130</b>
7.1. Введение .....	130
7.2. Взаимодействие бризерных солитонов уравнения СГ .....	133
7.3. Столкновение бризерных солитонов $O(3)$ НСМ .....	138
7.4. Столкновение бризерных солитонов $O(3)$ НСМ при $\omega_1 = -\omega_2$ .....	141



7.5. Столкновение бризерных солитонов $O(3)$ НСМ и уравнения СГ .....	145
Литература .....	150
<b>Глава 8. Топологические солитоны</b>	
<b>(2+1)-мерной <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>151</b>
8.1. Введение .....	151
8.2. Динамика взаимодействия радиально-симметричных ТС .....	157
8.3. Динамика взаимодействия осциллирующих ТС .....	165
8.3.1. Стационарный осциллирующий ТС .....	165
8.3.2. Лобовые столкновения осциллирующих ТС .....	169
8.4. Изоспиновая динамика взаимодействующих ТС .....	176
8.4.1. Модель $A_{11}$ – столкновение и отражение ТС .....	177
8.4.2. Модель $A_{12}$ – поэтапная аннигиляция ТС .....	180
8.4.3. Модель $A_{13}$ – поэтапная аннигиляция дальнедействующих ТС ..	183
8.4.4. Лобовое нецентральное взаимодействие системы $A_{13}$ .....	188
8.4.5. Взаимодействие ТС системы $A_{12}$ вдоль $\pm u$ -направлений .....	189
Литература .....	192
<b>Глава 9. Доменные стенки (2+1)-мерной</b>	
<b><math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели .....</b>	<b>194</b>
9.1. Динамика взаимодействия ДС .....	195
9.1.1. Стационарные ДС .....	196
9.1.2. Движущиеся ДС .....	197
9.1.3. Взаимодействие ДС .....	198
9.1.4. Дальнедействующие ДС .....	200
9.1.5. Связанное состояние ДС .....	202
9.2. Динамика взаимодействия ДС и ТС .....	204
9.2.1. Взаимодействие движущегося ТС с неподвижной ДС .....	204
9.2.2. Взаимодействие движущейся ДС с неподвижным ТС .....	207
Приложение .....	210
Литература.....	213
<b>Глава 10. Взаимодействие динамических и топологических</b>	
<b>солитонов (2+1)-мерной <math>O(3)</math> нелинейной <math>\sigma</math>-модели ..</b>	<b>214</b>
10.1. Введение .....	214
10.2. Взаимодействие ДС с бризерами уравнения СГ .....	216
10.3. Взаимодействие ДС с бризерами $O(3)$ НСМ .....	222
10.4. Взаимодействие ДС уравнения СГ с бризерами $O(3)$ НСМ.	226
10.5. Взаимодействие ДС $O(3)$ НСМ с бризерами уравнения СГ.	229
10.6. Взаимодействие ТС с бризерами $O(3)$ НСМ .....	233
Литература .....	240

<b>Глава 11. Топологические солитоны</b>	
<b>(3+1)-мерной O(3) нелинейной <math>\sigma</math>-модели</b> .....	<b>242</b>
11.1. Теоретические расчеты .....	242
11.1.1. (3+1)-мерная O(3) НСМ .....	242
11.1.2. Алгоритм численного моделирования .....	244
11.2. Стационарные и движущиеся ТС .....	247
11.2.1. Стационарные ТС .....	247
11.2.2. Движущиеся ТС .....	250
11.3. Численное моделирование вихревых дублетов .....	253
Заключение .....	264
Литература.....	270
<b>Глава 12. Модели магнетиков</b>	
<b>со спином магнитного иона <math>S = 1</math></b> .....	<b>271</b>
12.1. Топологические вихри-скирмионы нелинейной сигма-модели .....	272
12.2. Дипольные и квадрупольные вихри-скирмионы .....	279
12.3. Магнитоупругие взаимодействия в модели Гейзенберга ...	284
12.3.1. Введение .....	284
12.3.2. Квантовые и классические модели магнетиков с магнитоупругим взаимодействием .....	287
12.3.3. Модели с фононным ангармонизмом .....	290
12.3.4. Доменные стенки и солитоноподобные решения .....	294
12.4. Нелинейная динамика сильно анизотропных магнетиков со спином $S = 1$ .....	302
12.4.1. Введение .....	302
12.4.2. Уравнение спиновой динамики для $S = 1$ .....	304
12.4.3. Квадрупольная спиновая динамика ферромагнетика .....	309
Литература .....	317
<b>Глава 13. Математическое моделирование квазиклассического поведения магнетиков с произвольным спином</b> .....	<b>319</b>
13.1. Матрицы обобщенных спиновых когерентных состояний	320
13.2. SU(3) и SU(2) ОСКС для моделей со спином $S = 1$ .....	324
13.3. Гамильтоновы уравнения движения .....	327
13.4. Когерентные состояния в параметризации действительных функций .....	329
13.5. Представление в виде континуального интеграла .....	334
Литература.....	337

<b>Глава 14. Магнетик Гейзенберга с обменной анизотропией .....</b>	<b>339</b>
14.1. Сведение к классическому гамильтониану в случае SU(2) ОКС .....	339
14.2. Магнетик Гейзенберга со спином $S = 1$ с учетом обменной анизотропии .....	342
14.2.1. Изотропная модель .....	345
14.2.2. Анизотропная модель .....	347
14.2.3. Учет слабой нелинейности .....	349
14.2.4. Учет сильной нелинейности .....	352
14.3. Исследование $S = 1$ магнетика Гейзенберга с обменной анизотропией .....	357
14.4. Исследование магнетика Гейзенберга с одноионной анизотропией .....	362
14.4.1. Легкоосный магнетик Гейзенберга со спином $S = 1$ .....	362
14.4.2. Основное состояние .....	365
Литература .....	369
<b>Предметный указатель.....</b>	<b>371</b>