



В.А. Каштанов, О.Б. Зайцева

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ
И СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ**

УЧЕБНИК

**В.А. КАШТАНОВ
О.Б. ЗАЙЦЕВА**

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**(ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ
И СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ)**

УЧЕБНИК

*Рекомендовано
в качестве учебника для студентов
высших учебных заведений,
обучающихся по направлениям подготовки
1.01.03.02 Прикладная математика и информатика,
1.01.03.04 Прикладная математика,
2.09.03.01 Информатика и вычислительная техника,
5.38.03.05 Бизнес-информатика
(квалификация «Бакалавр»)*

Москва
КУРС
2019

УДК 519.8(075.8)

ББК 22.18я73

К31

Ф3
№ 436-Ф3

Издание не подлежит маркировке
в соответствии с п. 1 ч. 4 ст. 11

Рецензенты:

В.Ф. Воскобоев — доктор технических наук, профессор кафедры «Устойчивости экономики и систем жизнеобеспечения» ФГБВОУ ВО «Академии гражданской защиты» МЧС России.

Б.В. Гладков — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теории вероятностей» МГУ им. М.В. Ломоносова.

Каштанов В.А., Зайцева О.Б.

К31 Исследование операций (линейное программирование и стохастические модели): учебник / В.А. Каштанов, О.Б. Зайцева. — М.: КУРС, 2019. — 256 с.

ISBN 978-5-906818-78-2 (КУРС)

Книга делится на две части – детерминированные и стохастические модели исследования операций.

Первая часть «Детерминированные модели исследования операций» – это базовый раздел, в котором акцент сделан на линейное программирование. Он наглядно иллюстрирует применение математического аппарата для построения оптимальных стратегий управления в экономических моделях. Алгоритмы построения оптимальных решений изложены в виде математических утверждений с их доказательствами.

Вторая часть – «Стохастические модели исследования операций» – включает модели надежности и модели массового обслуживания. Это оригинальный материал, он содержит анализ оптимизационных моделей технического обслуживания и задачи поиска оптимальных стратегий управления структурой систем массового обслуживания, входным потоком, длительностью обслуживания для достижения оптимального значения экономического или технического показателя (критерия), характеризующего качество функционирования системы или качество управления.

Для лучшего понимания теоретических положений в учебник включены необходимые математические приложения.

Учебник может быть полезен студентам бакалавриата и магистратуры по направлениям подготовки «Прикладная математика и информатика», «Прикладная математика», «Информатика и вычислительная техника», «Бизнес-информатика», а также аспирантам и научно-педагогическим работникам, интересующимся проблемами оптимизации в стохастических моделях.

УДК 519.8(075.8)

ББК 22.18я73



ISBN 978-5-906818-78-2 (КУРС)

© Каштанов В.А., Зайцева О.Б.,
2016, 2019

© КУРС, 2016, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ЧАСТЬ I	
ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ	
ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ	
(ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ)	6
ГЛАВА 1	
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	
И ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ	6
1.1. Задача линейного программирования	6
1.2. Геометрический (пространственный) анализ	
задачи линейного программирования	11
ГЛАВА 2	
ФОРМЫ ЗАПИСИ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	28
2.1. Основная (каноническая) форма задачи	
линейного программирования	28
2.2. Симметричная форма задачи линейного программирования	45
ГЛАВА 3	
СИМПЛЕКС МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ	
ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	47
3.1. Вводные замечания	47
3.2. Построение симплексной таблицы	49
3.3. Преобразование симплексной таблицы	50
ГЛАВА 4	
ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	74
4.1. Вводные замечания и описание задачи	74
4.2. Математическая постановка задачи	75
4.3. Анализ особенностей транспортной ЗЛП	77
4.4. Алгоритм решения транспортной ЗЛП	81
ГЛАВА 5	
ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ В ЛИНЕЙНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ.	
ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ. ПРИНЦИП ДВОЙСТВЕННОСТИ	95
5.1. Формулировка двойственной задачи	95
5.2. Теоремы двойственности	97
5.3. Экономическая интерпретация двойственной задачи	98
5.4. Задача, двойственная транспортной задаче линейного	
программирования	100

ЧАСТЬ II	
СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	
ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ	104
ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ	104
ГЛАВА 1	
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ПОСТРОЕНИЯ	
СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ	
(ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ)	106
1.1. Процессы восстановления	106
1.2. Стационарный пуассоновский процесс (простейший поток)	111
1.3. Марковские процессы с непрерывным временем и дискретным множеством состояний	122
1.4. Полумарковский случайный процесс.....	134
1.5. Управляемые полумарковские случайные процессы. Задача управления в стохастических моделях исследования операций.....	139
ГЛАВА 2	
МОДЕЛИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ	154
2.1. Описание модели массового обслуживания. Характерные особенности модели. Задача управления	154
2.2. Управление структурой Марковской системы массового обслуживания.....	156
2.3. Управление структурой полумарковской системы массового обслуживания.....	165
2.4. Управление входным потоком полумарковской системы массового обслуживания	182
2.5. Управление длительностью обслуживания в одноканальной полумарковской системе массового обслуживания	196
ГЛАВА 3	
МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ	213
3.1. Вводные замечания. Описание модели. Характерные особенности модели. Задача управления	213
3.2. Стратегия обслуживания системы без учета структуры с мгновенной индикацией отказа	217
3.3. Стратегия обслуживания системы без учета структуры при отсутствии самостоятельной индикации отказа	228
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ №1	
ГАУССОВЫ И ЖОРДАНОВЫ ИСКЛЮЧЕНИЯ	
И АНАЛИЗ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ	
СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	241
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ №2	
СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	246
ЛИТЕРАТУРА	252