



Л. А. Жидова  
Л. Л. Рыскина

**ОБЫКНОВЕННЫЕ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ  
ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Томский государственный педагогический университет»  
(ТГПУ)

Л. А. Жидова, Л. Л. Рыскина

**ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

*Практикум*

Томск  
2019

УДК 517.9  
ББК 22.161.6я73  
Ж 69

Печатается по решению  
Учебно-методического совета  
Томского государственного  
педагогического университета

**Жидова, Л. А.**

**Ж 69 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка : практикум / Л. А. Жидова, Л. Л. Рыскина. – Томск : Издательство Томского государственного педагогического университета, 2019. – 76 с.**

Практикум содержит основные сведения по теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Материал практикума позволяет выработать практические навыки по определению вида дифференциального уравнения и подбору метода его решения. Практикум снабжен примерами с подробными решениями, иллюстрирующими теоретический материал. К заданиям для самостоятельного решения приведены ответы в конце практикума.

Практикум предназначен для студентов физико-математического факультета ТГПУ, а также студентов различных направлений, связанных с теорией дифференциальных уравнений.

УДК 517.9  
ББК 22.161.6я73

*Рецензент:*

канд. физ.-мат. наук, доцент Отделения экспериментальной физики  
Инженерной школы ядерных технологий Национального  
исследовательского Томского политехнического университета  
*Б. С. Мерзликин.*

© Л. А. Жидова, Л. Л. Рыскина, 2019  
© ФГБОУ ВО «ТГПУ», 2019

## Содержание

Предисловие .....	5
1. Основные понятия и определения .....	6
1.1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях .....	6
Вопросы для самопроверки .....	8
Задания для самостоятельного решения .....	8
1.2. Дифференциальные уравнения первого порядка .....	10
Вопросы для самопроверки .....	13
Задания для самостоятельного решения .....	14
2. Основные типы дифференциальных уравнений .....	16
2.1. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными .....	16
2.1.1. Уравнения с разделенными переменными, $f_1(x) \cdot dx + f_2(y) \cdot dy = 0$ .....	16
2.1.2. Уравнения с разделяющимися переменными, $y' = f_1(x) \cdot f_2(y)$ .....	17
2.1.3. Уравнения допускающие разделение переменных, $y' = f(ax + by + c)$ ....	20
Вопросы для самопроверки .....	22
Задания для самостоятельного решения .....	23
2.2. Однородные уравнения .....	25
2.2.1. Однородные уравнения, $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ .....	25
2.2.2. Уравнения приводящиеся к однородным, $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ .....	29
Вопросы для самопроверки .....	31
Задания для самостоятельного решения .....	31
2.3. Линейные уравнения, $y' + p(x) \cdot y = g(x)$ .....	33
2.3.1. Метод Бернулли .....	33

2.3.2. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной) .....	35
2.3.3. Уравнения Бернулли, $y' + p(x) \cdot y = g(x) \cdot y^n$ .....	38
Вопросы для самопроверки .....	38
Задания для самостоятельного решения .....	39
2.4. Уравнение в полных дифференциалах .....	41
2.4.1. Уравнение в полных дифференциалах, $P(x; y)dx + Q(x; y)dy = 0$ .....	41
2.4.2. Интегрирующий множитель .....	44
Вопросы для самопроверки .....	46
Задания для самостоятельного решения .....	47
2.5. Уравнения Лагранжа и Клеро .....	48
2.5.1. Уравнения Лагранжа, $y = x \cdot \varphi(y') + \psi(y')$ .....	48
2.5.2. Уравнения Клеро, $y = x \cdot y' + \psi(y')$ .....	50
Вопросы для самопроверки .....	51
Задания для самостоятельного решения .....	52
2.6. Определение типа уравнения первого порядка .....	53
Вопросы для самопроверки .....	54
Задания для самостоятельного решения .....	55
ОТВЕТЫ к заданиям для самостоятельного решения .....	57
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	64
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	66
Рекомендуемая литература .....	74