

Синергетика

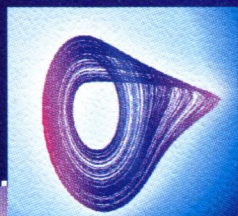
От прошлого
к будущему



Г. Г. Малинецкий
А. Б. Потапов
А. В. Подлазов

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Подходы,
результаты,
надежды



URSS

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

**Г. Г. Малинецкий
А. Б. Потапов
А. В. Подлазов**

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Подходы, результаты, надежды

МОСКВА



URSS

Малинецкий Георгий Геннадьевич
Потапов Алексей Борисович
Подлазов Андрей Викторович

Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. — М.: КомКнига, 2006. — 280 с. (Синергетика: от прошлого к будущему.)

ISBN 5-484-00200-1

В книге рассматриваются некоторые ключевые проблемы современной нелинейной динамики. Концепция авторов сводится к тому, что принципиальные трудности, с которыми столкнулся этот междисциплинарный подход, требуют новой парадигмы. В книге сделана попытка наметить ее возможные контуры. На смену эре диссипативных структур и эре динамического хаоса должна прийти новая эпоха. Если многие концепции и базовые математические модели ранее приходили в синергетику из физики, химии, гидродинамики, то теперь их основными поставщиками становятся нейронаука, теория риска, биология, теоретическая история, психология и другие области, связанные с анализом сложных, необратимо развивающихся систем.

Обсуждается ряд оригинальных результатов, касающихся математического моделирования нелинейных явлений и анализа временных рядов. Большое внимание уделено таким бурно развивающимся в синергетике подходам, как теория инерциальных многообразий, реконструкции аттракторов, теория самоорганизованной критичности, решеточные газы. Это делает книгу интересной для специалистов в нелинейной динамике и смежных областях.

Более чем двадцатилетнее развитие синергетики заставляет подвести предварительные итоги и заново оценить основные идеи, модели, концепции, отредактированные в ходе большого пройденного пути, осмыслить «язык» нелинейной науки. Этому посвящена значительная часть книги, что делает ее полезной широкому кругу студентов, аспирантов и всем, кто хочет ознакомиться с конкретным математическим содержанием нелинейной динамики.

Книга представляет самостоятельный интерес, но может рассматриваться и как продолжение книги Г. Г. Малинецкого и А. Б. Потапова «Нелинейная динамика и хаос: основные понятия» (URSS, 2006).

Издание будет полезно широкому кругу студентов, аспирантов и всем, кто хочет ознакомиться с конкретным математическим содержанием нелинейной динамики.

Издательство «КомКнига». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.

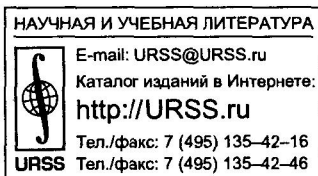
Подписано к печати 06.02.2006 г. Формат 60×90/16. Печ. л. 17,5. Зак. № 429.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, д. 11А, стр. 11.

ISBN 5-484-00200-1

© Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов,
А. В. Подлазов, 2006

© КомКнига, 2006



3458 ID 30226



Оглавление

От редакции	6
Предисловие. Логика нелинейной динамики	8
Глава 1. Параметры порядка и инерциальные многообразия	18
1.1. Самоорганизация	18
1.2. Инерциальные многообразия, оценка размерности аттрактора	24
1.2.1. Уравнение Курамото—Цузуки (или Гинзбурга—Ландау)	24
1.2.2. О некоторых идеях теории инерциальных многообразий	28
1.2.3. Априорные оценки решений уравнения Курамото—Цузуки	32
1.2.4. Доказательство неравенства конуса	37
Глава 2. Жесткая турбулентность и ее упрощенные модели	45
2.1. Кратко об истории	45
2.2. Как выглядят пики жесткой турбулентности в QT DGL	47
2.3. Нелинейное уравнение Шредингера и его автомодельные решения	49
2.4. Автомодельная обработка и приближение «замороженной формы»: упрощенная модель ограничения пика по высоте	51
2.5. Макроскопическое описание жесткой турбулентности	54
2.6. О возможном статистическом описании жесткой турбулентности	56
2.7. Жесткая турбулентность и переключающая перемежаемость	57
2.8. Чем интересна жесткая турбулентность?	65
Глава 3. Нейронные сети	67
3.1. Нейронаука	67
3.2. Элементарные представления о работе мозга	69
3.3. Модель Хопфилда	72
3.4. Смысл хаоса	80
3.5. Многослойные нейронные сети	86
3.5.1. Нейросети и задача интерполяции	86
3.5.2. Обучение персептрона	90
3.5.3. Многослойные сети	93
3.5.4. Алгоритм обратного распространения ошибки	95
Глава 4. Энтропии и размерности аттракторов	99
4.1. Энтропия динамической системы	99
4.1.1. Энтропия как мера неопределенности. Информация	99
4.1.2. Энтропия динамической системы	99
4.1.3. Обобщенные энтропии (энтропии Реньи)	102

4.2. Размерности аттракторов динамических систем	102
4.2.1. Геометрические размерности	103
4.2.2. Вероятностные размерности	105
4.2.3. «Динамические размерности» и минимальные инерциальные многообразия	109
Глава 5. Ляпуновские показатели	112
5.1. Устойчивость и показатели Ляпунова	112
5.2. Мультипликативная эргодическая теорема	118
5.3. Некоторые свойства ляпуновских показателей	122
5.4. Связь ляпуновских показателей с другими характеристиками	124
5.5. Как вычисляют ляпуновские показатели?	126
Глава 6. Реконструкция аттракторов по временным рядам	133
6.1. Временные ряды и их обработка	133
6.2. Статистические методы обработки	134
6.3. Реконструкции линейных систем и теория управления	138
6.4. Идея реконструкции аттрактора. Теорема Такенса	141
6.5. Выбор параметров реконструкции	146
6.5.1. Задача выбора оптимальных параметров	146
6.5.2. Выбор размерности реконструкции m	150
6.5.3. Выбор временного интервала τ	151
Глава 7. Обработка временных рядов – важнейшие алгоритмы нелинейной динамики	156
7.1. Расчет фрактальной размерности аттрактора	157
7.2. Свойства корреляционного интеграла. Оценка энтропии и другие полезные применения	160
7.2.1. Сравнение результатов для разных m и коррекция метрики (нормы \mathbf{z} -векторов)	160
7.2.2. Оценки энтропии	161
7.2.3. Альтернативный алгоритм и оценки K_2	163
7.2.4. Оценка уровня шума и статистические тесты	165
7.3. Предсказание временных рядов	168
7.3.1. Локальные методы	169
7.3.2. Глобальные и глобально-локальные методы	170
7.4. Оценка ляпуновских показателей по временному ряду	172
7.4.1. Сколько показателей измеримо?	172
7.4.2. Матричные методы	173
7.4.3. Методы аналога	173
7.4.4. Комбинированная методика: фрейм-разложение	175
7.4.5. Зависимость результатов от свойств реконструкции и коррекция ошибок	176
7.5. Заключение. Что дали алгоритмы нелинейной динамики?	179

Глава 8. Когда применимы алгоритмы нелинейной динамики?	180
8.1. Проклятие размерности	180
8.2. Порог фрактальности и трудности реконструкции	182
8.3. Ложные соседи, или почему динамика не восстанавливается на больших масштабах?	187
8.4. Алгоритмы нелинейной динамики для временных рядов как способы решения некорректной задачи	191
Глава 9. Русла и джокеры, или как сопрячь динамику со статистикой?	195
9.1. Прогнозирование сложной динамики: почему мозг может, а реконструкции — нет?	196
9.2. Предикторы и трехслойные нейронные сети	197
9.3. Когда сложная динамика может быть предсказуема? Русла и джокеры	198
9.3.1. Как могут возникать русла?	199
9.3.2. Русла и прогноз временных рядов	200
9.4. Как искать русла?	201
9.5. Что находится в конце русла?	201
9.6. Модельный пример	202
9.7. Выводы и гипотезы	206
Глава 10. Самоорганизованная критичность	208
10.1. Универсальные проявления сложности	210
10.1.1. Фликкер-шум	212
10.1.2. Степенные законы распределения вероятностей	213
10.1.3. Связь фликкер-шума и степенных распределений	222
10.2. Теория самоорганизованной критичности	224
10.2.1. «Песочная» парадигма	224
10.2.2. Критичность и целостность	226
10.3. Экскурсия по зоопарку самоорганизованно критических моделей	228
10.3.1. DR-модель. Точное вычисление показателей	229
10.3.2. Критичность в неконсервативных системах	231
10.3.3. Прерывистое движение. Модель блоков и пружин	232
10.3.4. Модель разрыва пучка волокон	234
10.3.5. Модель лесного пожара	237
10.3.6. Модели биологической эволюции	239
10.3.7. Экстремальные модели. Освобождение поверхности	245
10.3.8. Управление критичностью. Модель гекатонхейров	247
10.3.9. Мультипликативный процесс	250
Послесловие или небольшой эпилог	253
Литература	260