



Г. ШЛИХТИНГ

ТЕОРИЯ  
ПОГРАНИЧНОГО  
СЛОЯ

Г. ШЛИХТИНГ

# ТЕОРИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Перевод Г. А. ВОЛЬПЕРТА  
с пятого немецкого издания  
под редакцией Л. Г. ЛОЙЦЯНСКОГО



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1969

# Grenzschicht-Theorie

VON

Dr. Hermann Schlichting

O. Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig,  
Direktor der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen  
und Leiter des Instituts für Aerodynamik  
der Deutschen Forschungsanstalt für Luftfahrt Braunschweig

Fünfte erweiterte und neubearbeitete Auflage

VERLAG G. BRAUN · KARLSRUHE

**Теория пограничного слоя**, Шлихтинг Г., перев. с немецкого, Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», Москва, 1969.

Книга состоит из четырех частей. В первой части в двух вводных главах излагаются без применения какого бы то ни было математического аппарата первоначальные сведения из теории пограничного слоя; остальные главы этой части посвящены математической и физической разработке теории пограничного слоя на основе уравнений Навье—Стокса. Во второй части излагается теория ламинарного пограничного слоя, в том числе и температурного пограничного слоя. В третьей части рассматривается переход течения из ламинарной формы в турбулентную, т. е. возникновение турбулентности. Четвертая часть посвящена турбулентным пограничным слоям.

Рис. 387. Табл. 24. Библ. ссылок 1558.

## Оглавление

Предисловие редактора русского перевода . . . . .	10
Из предисловия автора к первому изданию (1951 г.) . . . . .	11
Из предисловия автора к пятому изданию . . . . .	12
Введение . . . . .	15

### ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

#### ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

<b>Глава I. Первоначальные сведения о течениях жидкости с трением . . . . .</b>	<b>19</b>
§ 1. Действительная и идеальная жидкости . . . . .	19
§ 2. Вязкость . . . . .	20
§ 3. Сжимаемость . . . . .	23
§ 4. Течение Хагена — Пуазейля в трубе . . . . .	25
§ 5. Законы подобия; число Рейнольдса и число Маха . . . . .	27
§ 6. Сравнение выводов теории идеальной жидкости с результатами измерений . . . . .	33
Литература к главе I . . . . .	36
<b>Глава II. Первоначальные сведения из теории пограничного слоя . . . . .</b>	<b>37</b>
§ 1. Понятие пограничного слоя . . . . .	37
§ 2. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей . . . . .	42
§ 3. Турбулентное течение в трубе и в пограничном слое . . . . .	49
Литература к главе II . . . . .	55
<b>Глава III. Составление уравнений движения сжимаемой вязкой жидкости (уравнения Навье — Стокса) . . . . .</b>	<b>57</b>
§ 1. Основные уравнения динамики жидкости . . . . .	57
§ 2. Общий случай напряженного состояния деформируемого тела . . . . .	58
§ 3. Общий случай деформированного состояния . . . . .	61
§ 4. Связь между напряженным и деформированным состояниями для твердого тела (закон упругости Гука) . . . . .	62
§ 5. Связь между напряженным и деформированным состояниями для жидкостей и газов (закон трения Стокса) . . . . .	65
§ 6. Уравнения Навье — Стокса . . . . .	66
Литература к главе III . . . . .	69
<b>Глава IV. Общие свойства уравнений Навье — Стокса . . . . .</b>	<b>70</b>
§ 1. Вывод закона подобия Рейнольдса из уравнений Навье — Стокса . . . . .	70
§ 2. Течения без трения как «решения» уравнений Навье — Стокса . . . . .	72
§ 3. Уравнения Навье — Стокса как уравнение переноса вихрей . . . . .	73

§ 4. Предельный случай очень больших сил вязкости (очень малое число Рейнольдса) . . . . .	75
§ 5. Предельный случай очень малых сил вязкости (очень большое число Рейнольдса) . . . . .	76
§ 6. Математический пример предельного перехода $Re \rightarrow \infty$ . . . . .	79
Литература к главе IV . . . . .	81
<b>Глава V. Точные решения уравнений Навье — Стокса . . . . .</b>	<b>82</b>
§ 1. Слоистые течения . . . . .	82
§ 2. Другие точные решения . . . . .	92
Литература к главе V . . . . .	106
<b>Глава VI. Ползущие движения . . . . .</b>	<b>108</b>
§ 1. Дифференциальные уравнения ползущего движения . . . . .	108
§ 2. Обтекание шара . . . . .	109
§ 3. Гидродинамическая теория смазки . . . . .	112
§ 4. Течение Хил-Шоу . . . . .	117
Литература к главе VI . . . . .	119
<b>ЧАСТЬ ВТОРАЯ</b>	
<b>ЛАМИНАРНЫЕ ПОГРАНИЧНЫЕ СЛОИ</b>	
<b>Глава VII. Уравнения пограничного слоя при плоском течении. Пограничный слой на пластине . . . . .</b>	<b>120</b>
§ 1. Составление уравнений пограничного слоя . . . . .	120
§ 2. Отрыв пограничного слоя . . . . .	125
§ 3. Замечание по поводу интегрирования уравнений пограничного слоя . . . . .	127
§ 4. Сопротивление трения . . . . .	127
§ 5. Пограничный слой на пластине . . . . .	129
Литература к главе VII . . . . .	137
<b>Глава VIII. Общие свойства уравнений пограничного слоя . . . . .</b>	<b>139</b>
§ 1. Зависимость развития пограничного слоя от числа Рейнольдса . . . . .	139
§ 2. «Подобные» решения уравнений пограничного слоя . . . . .	141
§ 3. Контурные связи . . . . .	146
§ 4. Преобразование уравнений пограничного слоя в уравнение теплопроводности . . . . .	148
§ 5. Теорема импульсов и теорема энергии для пограничного слоя . . . . .	150
Литература к главе VIII . . . . .	153
<b>Глава IX. Точные решения уравнений пограничного слоя для стационарного плоского течения . . . . .</b>	<b>155</b>
§ 1. Течение около клина . . . . .	156
§ 2. Течение в суживающемся канале . . . . .	158
§ 3. Течение около цилиндра (ряд Блазиуса) . . . . .	160
§ 4. Пограничный слой для потенциального течения $U(x) = U_0 - ax^2$ . . . . .	168
§ 5. Ряд Гёртлера . . . . .	170
§ 6. Спутное течение позади плоской пластины, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	171
§ 7. Плоская струя . . . . .	176
§ 8. Ламинарный слой на границе раздела двух потоков . . . . .	179
§ 9. Плоское течение в начальном участке канала . . . . .	181
§ 10. Метод продолжения . . . . .	183
§ 11. Разностные методы . . . . .	186
Литература к главе IX . . . . .	189

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Глава X. Приближенные способы решения уравнений пограничного слоя для стационарных плоских течений . . . . .</b>	<b>192</b>
§ 1. Применение теоремы импульсов к плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	193
§ 2. Применение теоремы импульсов к обтеканию с градиентом давления . . . . .	197
§ 3. Сравнение приближенного расчета с точными решениями . . . . .	205
§ 4. Другие примеры приближенного расчета пограничного слоя . . . . .	209
§ 5. Другие способы приближенного расчета пограничного слоя . . . . .	211
§ 6. Ламинарное течение с возрастанием давления . . . . .	213
Литература к главе X . . . . .	217
<b>Глава XI. Осесимметричные и трехмерные пограничные слои . . . . .</b>	<b>219</b>
§ 1. Точные решения для осесимметричных пограничных слоев . . . . .	219
§ 2. Приближенные решения для осесимметричных пограничных слоев. Течение в начальном участке трубы . . . . .	234
§ 3. Связь между осесимметричными и плоскими пограничными слоями . . . . .	241
§ 4. Трехмерные пограничные слои . . . . .	243
Литература к главе XI . . . . .	252
<b>Глава XII. Температурные пограничные слои в ламинарном течении . . . . .</b>	<b>257</b>
§ 1. Составление уравнения энергии . . . . .	257
§ 2. Повышение температуры, возникающее вследствие адиабатического сжатия . . . . .	260
§ 3. Теория подобия в теплопередаче . . . . .	262
§ 4. Составление уравнений температурного пограничного слоя . . . . .	267
§ 5. Общие свойства температурных пограничных слоев . . . . .	270
§ 6. Точные решения для распределения температуры в вязком течении . . . . .	276
§ 7. Температурные пограничные слои при вынужденном конвективном течении . . . . .	281
§ 8. Температурные пограничные слои при естественном конвективном течении . . . . .	303
Литература к главе XII . . . . .	308
<b>Глава XIII. Ламинарные пограничные слои при сжимаемом течении . . . . .</b>	<b>314</b>
§ 1. Физические основы . . . . .	314
§ 2. Связь между распределениями скоростей и температуры . . . . .	317
§ 3. Пограничный слой на продольно обтекаемой плоской пластине . . . . .	320
§ 4. Пограничный слой с градиентом давления . . . . .	325
§ 5. Взаимодействие пограничного слоя со скачком уплотнения . . . . .	345
Литература к главе XIII . . . . .	355
<b>Глава XIV. Управление пограничным слоем при ламинарном течении . . . . .</b>	<b>359</b>
§ 1. Различные способы управления пограничным слоем . . . . .	359
§ 2. Отсасывание пограничного слоя . . . . .	364
§ 3. Вдувание другого газа (двухкомпонентный пограничный слой) . . . . .	379
Литература к главе XIV . . . . .	382
<b>Глава XV. Нестационарные пограничные слои . . . . .</b>	<b>387</b>
§ 1. Общие замечания о расчете нестационарных пограничных слоев . . . . .	387
§ 2. Развитие пограничного слоя при внезапном возникновении движения . . . . .	394
§ 3. Развитие пограничного слоя при ускоренном движении . . . . .	402
§ 4. Экспериментальные исследования процесса разгона . . . . .	404
§ 5. Периодический пограничный слой . . . . .	407

## ОГЛАВЛЕНИЕ

§ 6. Сжимаемые нестационарные пограничные слои . . . . .	417
Литература к главе XV . . . . .	422

### ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

#### ПЕРЕХОД ЛАМИНАРНОЙ ФОРМЫ ТЕЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНУЮ

<b>Глава XVI. Возникновение турбулентности I (некоторые экспериментальные результаты; основы теории устойчивости и ее экспериментальное подтверждение для пограничного слоя на пластине)</b>	425
§ 1. Некоторые экспериментальные результаты, относящиеся к переходу ламинарного течения в турбулентное . . . . .	425
§ 2. Основы теории устойчивости ламинарного течения . . . . .	432
§ 3. Результаты теории устойчивости для пограничного слоя на продольно обтекаемой пластине . . . . .	441
§ 4. Сравнение результатов теории устойчивости с экспериментальными данными . . . . .	450
Литература к главе XVI . . . . .	458

<b>Глава XVII. Возникновение турбулентности II (влияние градиента давления, отсасывания, сжимаемости, теплопередачи и шероховатости на переход ламинарной формы течения в турбулентную)</b>	462
§ 1. Влияние градиента давления на переход течения в пограничном слое из ламинарной формы в турбулентную . . . . .	463
§ 2. Определение положения нейтральной точки на заданном теле . . . . .	468
§ 3. Влияние отсасывания на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный . . . . .	478
§ 4. Влияние активных сил на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный . . . . .	483
§ 5. Влияние теплопередачи и сжимаемости на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный . . . . .	487
§ 6. Устойчивость пограничного слоя при трехмерных возмущениях . . . . .	493
§ 7. Влияние шероховатости стенки на переход ламинарного течения в турбулентное . . . . .	501
§ 8. Осесимметричные течения . . . . .	507
Литература к главе XVII . . . . .	508

### ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

#### ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

<b>Глава XVIII. Основные сведения о турбулентных течениях . . . . .</b>	<b>515</b>
§ 1. Осредненное движение и пульсационное движение . . . . .	517
§ 2. Дополнительные (кажущиеся) турбулентные напряжения . . . . .	519
§ 3. Вывод тензора напряжения кажущегося турбулентного трения из уравнений движения Навье — Стокса . . . . .	521
§ 4. Некоторые измерения турбулентных пульсаций скорости . . . . .	524
§ 5. Баланс энергии в турбулентных течениях . . . . .	530
§ 6. Турбулентность в аэродинамической трубе . . . . .	531
Литература к главе XVIII . . . . .	533

<b>Глава XIX. Теоретические гипотезы для расчета турбулентных течений</b>	<b>536</b>
§ 1. Основные уравнения . . . . .	536
§ 2. «Путь перемешивания» Праудтля . . . . .	537
§ 3. Две другие гипотезы о турбулентном касательном напряжении . . . . .	541

§ 4. Гипотеза подобия Кармана . . . . .	543
§ 5. Универсальные законы распределения скоростей . . . . .	545
§ 6. Другие гипотезы для расчета турбулентных течений . . . . .	551
Литература к главе XIX . . . . .	551
<b>Глава XX. Турбулентное течение в трубах . . . . .</b>	<b>553</b>
§ 1. Экспериментальные результаты для гладких труб . . . . .	553
§ 2. Связь между законом сопротивления и распределением скоростей . . . . .	557
§ 3. Универсальные законы распределения скоростей для очень больших чисел Рейнольдса . . . . .	559
§ 4. Универсальный закон сопротивления для гладких труб при очень больших числах Рейнольдса . . . . .	566
§ 5. Трубы с некруглым поперечным сечением . . . . .	569
§ 6. Шероховатые трубы, в частности с песочной шероховатостью . . . . .	572
§ 7. Другие виды шероховатости . . . . .	581
§ 8. Течение в криволинейных трубах и диффузорах . . . . .	584
§ 9. Нестационарное течение в трубе . . . . .	586
Литература к главе XX . . . . .	587
<b>Глава XXI. Турбулентные пограничные слои без градиента давления. Пограничный слой на пластине. Вращающиеся диски. Шероховатость . . . . .</b>	<b>590</b>
§ 1. Гладкая плоская пластина . . . . .	591
§ 2. Вращающийся диск . . . . .	601
§ 3. Шероховатая пластина . . . . .	606
§ 4. Допустимая высота шероховатости . . . . .	612
Литература к главе XXI . . . . .	619
<b>Глава XXII. Турбулентные пограничные слои с градиентом давления при несжимаемом течении . . . . .</b>	<b>622</b>
§ 1. Некоторые экспериментальные результаты . . . . .	622
§ 2. Расчет плоского турбулентного пограничного слоя . . . . .	624
§ 3. Трехмерные пограничные слои . . . . .	642
Литература к главе XXII . . . . .	646
<b>Глава XXIII. Турбулентные пограничные слои при сжимаемом течении . . . . .</b>	<b>650</b>
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	650
§ 2. Связь между распределением скоростей и распределением температуры . . . . .	655
§ 3. Влияние числа Маха. Законы сопротивления . . . . .	663
Литература к главе XXIII . . . . .	669
<b>Глава XXIV. Свободная турбулентность . . . . .</b>	<b>673</b>
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	673
§ 2. Оценка увеличения ширины зоны перемешивания и уменьшения скорости свободных струй . . . . .	675
§ 3. Примеры . . . . .	679
§ 4. Уравнение Райхардта для переноса импульса . . . . .	696
§ 5. Распространение тепла при свободной турбулентности . . . . .	697
Литература к главе XXIV . . . . .	699

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Г л а в а XXV. Определение профильного сопротивления . . . . .	701
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	701
§ 2. Экспериментальный метод Бетца . . . . .	702
§ 3. Экспериментальный метод Джонса . . . . .	704
§ 4. Определение профильного сопротивления путем расчета . . . . .	706
§ 5. Потери энергии в лопаточных решетках . . . . .	712
Литература к главе XXV . . . . .	716
Литература <sup>1</sup> (учебники и обзорные работы) . . . . .	719
Сокращения, применяемые для обозначения некоторых журналов . . . . .	724
Список наиболее важных обозначений . . . . .	725
Именной указатель . . . . .	727
Предметный указатель . . . . .	737

### Перечень таблиц

Т а б л и ц а 1.1. Значения плотности, динамической вязкости и кинематической вязкости воды и воздуха при разных температурах . . . . .	22
Т а б л и ц а 1.2. Значения кинематической вязкости для некоторых жидкостей . . . . .	54
Т а б л и ц а 2.1. Толщина $\delta$ турбулентного пограничного слоя на конце плоской пластины, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	54
Т а б л и ц а 5.1. Значения функций $\varphi$ , $\varphi'$ и $\varphi''$ для плоского и осесимметричного течений в окрестности критической точки . . . . .	95
Т а б л и ц а 5.2. Значения функций, определяющих распределение скоростей и распределение давления вблизи диска, вращающегося в неподвижной жидкости . . . . .	100
Т а б л и ц а 7.1. Значения функции $f(\eta)$ для пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	131
Т а б л и ц а 9.1. Значения первых шести членов ряда Блазиуса (9.18) для плоского пограничного слоя на цилиндре (симметричный случай) . . . . .	164
Т а б л и ц а 10.1. Результаты приближенного расчета пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	197
Т а б л и ц а 10.2. Вспомогательные функции для приближенного расчета ламинарного пограничного слоя . . . . .	202
Т а б л и ц а 10.3. Сравнение параметров пограничного слоя плоского течения в окрестности критической точки, полученных путем приближенного расчета и точного решения . . . . .	206
Т а б л и ц а 11.1. Значения функций $F$ , $G$ , $H$ , определяющих распределение скоростей при вращательном движении жидкости над неподвижным основанием . . . . .	222
Т а б л и ц а 11.2. Значения коэффициентов-функций ряда Блазиуса для расчета пограничного слоя на теле вращения . . . . .	232
Т а б л и ц а 11.3. Значения функций $g_0(\eta)$ и $g_2(\eta)$ для течения с критической линией . . . . .	247
Т а б л и ц а 12.1. Физические характеристики некоторых веществ . . . . .	262
Т а б л и ц а 12.2. Значения безразмерных величин $a_1$ и $b$ для плоской пластины, обтекаемой в продольном направлении . . . . .	284
Т а б л и ц а 12.3. Значения функции $A$ , необходимые для расчета теплопередачи вблизи критической точки цилиндра . . . . .	293

Т а б л и ц а 12.4.	Значения функции $H(\Delta)$ . . . . .	294
Т а б л и ц а 12.5.	Значения функции $F(\chi)$ , используемой для расчета температурного пограничного при произвольном распределении температуры на стенке . . . . .	299
Т а б л и ц а 12.6.	Коэффициенты теплопередачи для вертикально поставленной нагретой плоской пластины при естественной ламинарной конвекции . . . . .	306
Т а б л и ц а 13.1.	Универсальные функции для приближенного расчета сжимаемого ламинарного пограничного слоя . . . . .	343
Т а б л и ц а 13.2.	Функция $F(X)$ , определяющая распределение давления вдоль плоской пластины в окрестности скачка уплотнения . . . . .	354
Т а б л и ц а 14.1.	Безразмерная толщина вытеснения $\delta_1$ и формпараметр профиля скоростей $\delta_1/\delta_2$ в начальном участке продольно обтекаемой пластины с равномерным отсасыванием . . . . .	368
Т а б л и ц а 15.1.	Значения функций $\zeta'_{1a}$ и $\zeta'_{1b}$ для нестационарного разгонного течения . . . . .	400
Т а б л и ц а 17.1.	Зависимость критического числа Рейнольдса и механического коэффициента нарастания возмущений от формпараметра $\beta$ профилей скоростей пограничного слоя на клине при обтекании последнего с градиентом давления . . . . .	465
Т а б л и ц а 17.2.	Зависимость критического числа Рейнольдса для профиля скоростей при отсасывании от безразмерной текущей длины $\xi$ на начальном участке пластины . . . . .	481
Т а б л и ц а 17.3.	Критическое число Рейнольдса для профилей скоростей, обтекающихся во вращающемся цилиндре при его разгоне . . . . .	484
Т а б л и ц а 20.1.	Средняя по поперечному сечению скорость течения в трубе при различных показателях степени $n$ в уравнении (20.6) . . . . .	557
Т а б л и ц а 20.2.	Зависимость коэффициента сопротивления $\lambda$ в гладких трубах от числа Рейнольдса . . . . .	568
Т а б л и ц а 21.1.	Местный и полный коэффициенты сопротивления для продольно обтекаемой гладкой плоской пластины при логарифмическом законе распределения скоростей . . . . .	597
Т а б л и ц а 21.2.	Зависимость допустимой высоты шероховатости от числа Рейнольдса . . . . .	613
Т а б л и ц а 21.3.	Примеры определения допустимой высоты шероховатости . . . . .	615
Т а б л и ц а 22.1.	Постоянные в квадратурных формулах для толщины потери импульса . . . . .	631
Т а б л и ц а 23.1.	Зависимость величин $a$ и $b$ , необходимых для вычисления коэффициента теплопередачи и коэффициента восстановления от отношения $Pr/Pr_t$ . . . . .	659
Т а б л и ц а 24.1.	Степенные законы увеличения ширины и уменьшения скорости течения с увеличением расстояния $x$ для различных случаев свободной турбулентности . . . . .	679