

АЛГОРИТМЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ

 «Инфра-Инженерия»

Т. А. АВЕРИНА

Т. А. Аверина

**АЛГОРИТМЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ**

Учебное пособие

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2025

УДК 519.676
ББК 22.19
А19

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю. Н. Григорьев*
(Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий);
д-р физ.-мат. наук, проф. *Д. Ф. Кузнецов*
(Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого);
д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Учайкин*
(Ульяновский государственный университет)

Аверина, Т. А.

А19 Алгоритмы статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой : учебное пособие / Т. А. Аверина. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. – 288 с. : ил., табл.

ISBN 978-5-9729-2443-1

Представлены теоретические разработки, посвященные построению устойчивых алгоритмов статистического моделирования стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) и экономичных алгоритмов моделирования общих пуассоновских процессов. Разработанные методы применяются к статистическому анализу СДУ с пуассоновской составляющей и систем со случайной структурой. Особое внимание уделено современным приложениям. Верификация построенных алгоритмов, сравнение с известными алгоритмами проведены на решении практических и тестовых задач.

Для студентов и аспирантов физико-математического профиля. Будет полезно научным работникам, интересующимся численным анализом стохастических систем.

УДК 519.676
ББК 22.19

ISBN 978-5-9729-2443-1

© Аверина Т. А., 2025
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2025
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Численные методы решения стохастических дифференциальных уравнений	16
1.1. Задача Коши для СДУ	16
1.2. Семейство численных методов решения СДУ в смысле Стратоновича	20
1.2.1. Разложение в ряд Тейлора точного и численного решений СДУ	24
1.2.2. Асимптотическая несмещенность, аппроксимация и сходимость методов	31
1.2.3. Конкретный вид построенных численных методов решения СДУ в смысле Стратоновича	39
1.3. Алгоритм решения СДУ с пуассоновской составляющей	43
1.4. Методы решения систем СДУ с первым интегралом	49
Глава 2. Алгоритмы моделирования пуассоновского точечного ансамбля	56
2.1. Специальный способ моделирования дискретных случайных величин	57
2.2. Алгоритмы моделирования пуассоновских точечных ансамблей и их оптимизация	64
2.3. Алгоритмы моделирования пуассоновских точечных потоков и их оптимизация	73
2.4. Алгоритмы моделирования общего пуассоновского процесса	78
Глава 3. Статистические алгоритмы моделирования систем со случайной структурой	81
3.1. Постановка задачи анализа ССС	81
3.2. Основные вероятностные характеристики решения и их статистические оценки	87
3.3. Системы со случайной структурой с распределенными переходами	93

3.3.1. Алгоритмы статистического моделирования процесса смены структуры в системах с распределенными переходами	96
3.3.2. Алгоритм статистического моделирования систем со случайной структурой с распределенными переходами	106
3.4. Алгоритм статистического моделирования системы с разделением времени и автономным управлением	109
3.5. Алгоритм статистического моделирования систем со случайной структурой и сосредоточенными переходами	112
3.6. Условная оптимизация статистического алгоритма	116
Глава 4. Решение тестовых и прикладных задач	120
4.1. Статистический анализ диффузионных систем с инвариантами	120
4.2. Сравнительный анализ алгоритмов моделирования пуассоновских процессов	138
4.3. Сравнительный анализ приближенных алгоритмов моделирования пуассоновских процессов	147
4.4. Сравнительный анализ алгоритмов моделирования ССС . . .	163
4.4.1. Численный анализ систем с распределенными переходами	163
4.4.2. Задачи управления техническими объектами. Сравнение со спектральным методом	172
4.4.3. Сравнение с методом гауссовой аппроксимации	190
4.5. Задача о влиянии степени приоритета на качество управления	198
4.6. Статистический анализ систем со случайным периодом квантования сигналов во времени	207
4.7. Использование метода «максимального сечения» в задаче фильтрации диффузионно-скачкообразных процессов	212
4.8. Метод максимального сечения в задаче фильтрации для непрерывных систем с переключениями	222
4.9. Апробация асимптотически несмещенного метода на тестовых задачах, связанных с вопросами фазовых переходов	233
Заключение	246
Список литературы	248