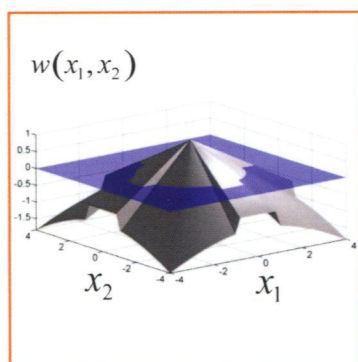


# М К Р цифровой обработки

В.Ф. КРАВЧЕНКО,  
Д.В. ЧУРИКОВ

Цифровая обработка  
сигналов атомарными  
функциями и вейвлетами



ТЕХНОСФЕРА



# **М И Р** **цифровой обработки**

В.Ф. Кравченко,  
Д.В. Чуриков

**Цифровая обработка  
сигналов атомарными  
функциями и вейвлетами**

Под ред. заслуженного деятеля  
науки РФ, д.ф.-м.н.,  
проф. В.Ф. Кравченко

ТЕХНОСФЕРА

Москва  
2019

**УДК 537.87 + 621.371**

**ББК 22.336**

**К78**

***Рецензенты:***

*Пустовойт В.И. – академик РАН, Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук.*

*Крюковский А.С. – доктор физико-математических наук, профессор, Российский новый университет.*

**К78 Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В.**

**Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами**

**Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2019. – 182 с. ISBN 978-5-94836-506-0**

Монография посвящена исследованию, развитию и разработке методов анализа физических систем на основе теорий R- и атомарных функций, WA-систем функций, построению алгоритмов обработки и моделирования процессов дистанционного зондирования и радиоастрономии в целях улучшения физических характеристик передачи, восстановления и распознавания многомерных сигналов. Рассматриваются новые весовые функции (окна) и фильтры с конечной импульсной характеристикой на их основе, а также ортогональные и аналитические вейвлеты. Исследована обобщенная теорема отсчетов на основе атомарных функций и ее частные случаи. Разработан алгоритм синтеза многомерных функций с произвольной геометрией опорной области. Предложено и обосновано обобщение функции неопределенности по времени и частоте применительно к анализу сложных зондирующих сигналов.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов, работающих в области цифровой обработки сигналов применительно к современным задачам радиофизики и радиотехники.

**УДК 537.87 + 621.371**

**ББК 22.336**

© 2019, Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В.

© 2019, АО «РИЦ «ТЕХНОСФЕРА», оригинал-макет, оформление

**ISBN 978-5-94836-506-0**

VICTOR FILIPPOVICH KRAVCHENKO,  
DMITRY VICTOROVICH CHURIKOV

# Digital Signal Processing by Atomic Functions and Wavelets

Edited by the Honored scientist of the Russian Federation,  
doctor of physical and mathematical sciences,  
professor V.F. Kravchenko

TECHNOSPHERA  
Moscow  
2019

**UDK 537.87 + 621.371**

**BBK 22.336**

**K78**

***Reviewers:***

***Pustovoyt V.I.*** – *academician of RAS, Scientific and Technological Center of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences.*

***Kryukovsky A.S.*** – *doctor of physical and mathematical sciences, professor, Russian New University.*

**Kravchenko V.F., Churikov D.V.**

**Digital Signal Processing by Atomic Functions and Wavelets**

**Moscow: TECHNOSPHERA publishers, 2019. – 182 p.**

**ISBN 978-5-94836-506-0**

The monograph is devoted to research and the development of methods for analysis of physical systems on the basis of theories of R- and atomic functions, WA-systems of functions, the construction of processing algorithms and simulation of remote sensing and radio astronomy processes with the objective of improving the physical characteristics of the transmission, recovery, and recognition of multidimensional signals. The new weight functions (windows) and finite impulse response filters based on them, as well as analytical and orthogonal wavelets are described. The generalized sampling theorem based on atomic functions and its special cases are investigated. The algorithm of synthesis of multidimensional functions with reference area of complex shape geometry is developed. The generalization of the ambiguity function of time and frequency in relation to the analysis of complex sounding signals is proposed and justified.

The book is intended for researchers, postgraduates and students working in the field of digital signal processing as applied to modern problems of radiophysics and radio engineering.

© 2019, Kravchenko V.F., Churikov D.V.

© 2019, TECHNOSPHERA JSC, design. All Rights Reserved

# Содержание

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| Введение                       | 11 |
| Список используемых сокращений | 15 |

## Глава 1.

|                                                                                                      |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Атомарные функции в задачах фильтрации и цифровой обработки сигналов</b>                          | <b>16</b> |
| 1.1. Основные системы атомарных функций и физические характеристики                                  | 16        |
| 1.1.1. Семейство атомарных функций $\text{fir}_N(x)$                                                 | 16        |
| 1.1.2. Семейство атомарных функций $h_a(x)$                                                          | 17        |
| 1.1.3. Физические характеристики                                                                     | 19        |
| 1.2. Конструкции весовых функций и улучшение их физических характеристик                             | 21        |
| 1.2.1. Весовые функции Кравченко — Кайзера                                                           | 21        |
| 1.2.2. Весовые функции Кравченко — Наттолла                                                          | 22        |
| 1.3. Конструкции фильтров с конечной импульсной характеристикой на основе атомарных функций          | 24        |
| 1.3.1. Фильтры с линейной фазовой характеристикой                                                    | 24        |
| 1.3.2. Типы КИХ-фильтров с линейной фазовой характеристикой                                          | 25        |
| 1.3.3. Разработка КИХ-фильтров                                                                       | 25        |
| 1.3.4. Построение фильтра с конечной импульсной характеристикой                                      | 26        |
| 1.4. Обобщенные ряды отсчетов                                                                        | 30        |
| 1.4.1. Обобщенные ряды отсчетов на основе атомарных функций                                          | 31        |
| 1.4.2. Физический смысл обобщенного ряда отсчетов                                                    | 32        |
| 1.4.3. Весовая функция Кравченко — Котельникова                                                      | 35        |
| 1.4.4. Обобщенная теорема отсчетов для случайных сигналов                                            | 39        |
| 1.4.5. Анализ частных случаев обобщенных рядов отсчетов                                              | 40        |
| 1.4.6. Учет погрешностей обобщенной теоремы отсчетов                                                 | 45        |
| 1.4.7. Ядро ряда отсчетов Кравченко — Левитана                                                       | 47        |
| 1.5. Непараметрическое оценивание функции плотности вероятности последовательности случайных величин | 49        |
| 1.5.1. Допустимые оценки функции плотности вероятности и ее производных                              | 51        |
| 1.5.2. Численный эксперимент                                                                         | 53        |
| Выводы                                                                                               | 56        |

## Глава 2.

|                                                                                        |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Применение WA-систем функций в задачах радиофизики</b>                              | <b>57</b> |
| 2.1. Построение ортогональных WA-систем функций                                        | 57        |
| 2.1.1. Ортогональные WA-системы функций $\{\widetilde{\text{up}}(t)\}$                 | 57        |
| 2.1.2. Алгоритм Кравченко построения ортогональных WA-систем функций                   | 64        |
| 2.1.3. Построение ортогональных WA-систем функций на основе атомарных функций $h_a(x)$ | 65        |
| 2.2. Ортогональные WA-системы функций в цифровой обработке сигналов и изображений      | 67        |

|                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| 2.2.1. Удаление шума и компрессия одномерных сигналов           | 67 |
| 2.2.2. Удаление шума и компрессия изображений                   | 69 |
| 2.3. Аналитические WA-системы функций                           | 74 |
| 2.3.1. Построение комплексных WA-систем функций                 | 74 |
| 2.3.2. Функционал качества выбора вейвлетного базиса            | 77 |
| 2.3.3. Анализ временных рядов комплексными WA-системами функций | 77 |
| Выводы                                                          | 83 |

### Глава 3.

|                                                                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Синтез многомерных цифровых фильтров</b>                                                                     | <b>84</b> |
| 3.1. Теория R-функций и обратная задача аналитической геометрии                                                 | 84        |
| 3.2. Синтез двумерных цифровых фильтров с нестандартной геометрией опорной области                              | 89        |
| 3.2.1. Двумерные цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой                                         | 89        |
| 3.2.2. Лocusы сложной формы и опорные области двумерных цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой | 91        |
| 3.2.3. Построение двумерного фильтра с конечной импульсной характеристикой                                      | 91        |
| 3.2.4. Численная реализация алгоритма и анализ физических результатов                                           | 93        |
| 3.3. Аналитические двумерные WA-системы функций и их физические свойства                                        | 105       |
| 3.3.1. Построение двумерных WA-систем функций                                                                   | 105       |
| 3.3.2. Физические свойства аналитических двумерных WA-систем функций                                            | 109       |
| Выводы                                                                                                          | 112       |

### Глава 4.

|                                                                                                                                                                    |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Обработка радиолокационных сигналов и синтезирование апертуры антенны атомарными функциями</b>                                                                  | <b>113</b> |
| 4.1. Обработка сигналов в радиоприемном устройстве                                                                                                                 | 113        |
| 4.2. Цифровая обработка сигналов в антеннах с синтезированной апертурой при боковом обзоре                                                                         | 118        |
| 4.2.1. Геометрия синтезирования апертуры                                                                                                                           | 118        |
| 4.2.2. Формула дальности                                                                                                                                           | 119        |
| 4.2.3. Сигналы в системах синтезирования апертуры                                                                                                                  | 120        |
| 4.2.4. Двухэтапная цифровая обработка сигналов РСА                                                                                                                 | 122        |
| 4.3. Применение функций Кравченко — Кайзера к задачам весового усреднения разностной частоты                                                                       | 123        |
| 4.4. Обобщение функции неопределенности по времени и частоте на основе семейства атомарных функций применительно к цифровой обработке сигналов в антенных системах | 125        |
| 4.5. Атомарные и WA-системы функций в корреляционной обработке радиолокационных сигналов                                                                           | 135        |



|                                                                                                                                                |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5.1. Фильтрация корреляционной функции с помощью атомарных<br>и WA-систем функций.....                                                       | 141        |
| Выводы.....                                                                                                                                    | 149        |
| <b>Глава 5.</b>                                                                                                                                |            |
| <b>Комбинированный алгоритм описания сложных контурных объектов<br/>и фильтрации изображений в условиях помехи высокой интенсивности .....</b> | <b>150</b> |
| Введение.....                                                                                                                                  | 150        |
| 5.1. Выделение контуров объектов из изображений.....                                                                                           | 152        |
| 5.2. Линейная фильтрация изображений в задаче выделения контуров.....                                                                          | 155        |
| 5.3. Подчеркивание границ объектов на изображении.....                                                                                         | 155        |
| 5.4. Выделение границ при обработке изображений. Согласованно-<br>избирательный фильтр.....                                                    | 156        |
| 5.5. Контурные как дискретные сигналы. Уравнение чертежа.....                                                                                  | 161        |
| 5.5.1. Кодирование контурных бинарных изображений.....                                                                                         | 161        |
| 5.5.2. Классификация контурных сигналов.....                                                                                                   | 164        |
| 5.5.3. Элементарные контуры.....                                                                                                               | 164        |
| 5.5.4. Сложный геометрический объект и его аналитическое<br>описание.....                                                                      | 164        |
| 5.6. Численный эксперимент.....                                                                                                                | 166        |
| Выводы.....                                                                                                                                    | 169        |
| <b>Заключение.....</b>                                                                                                                         | <b>170</b> |
| <b>Список литературы.....</b>                                                                                                                  | <b>171</b> |
| <b>Информация об авторах.....</b>                                                                                                              | <b>179</b> |

# Contents

|                                                                                                         |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                                                                     | <b>11</b> |
| <b>The list of acronyms</b>                                                                             | <b>15</b> |
| <b>Chapter 1.</b>                                                                                       |           |
| <b>Atomic functions in the filtering and digital signal processing problems</b>                         | <b>16</b> |
| 1.1. The main systems of atomic functions and their physical characteristics                            | 16        |
| 1.1.1. The family of atomic functions $\text{fup}_N(x)$                                                 | 16        |
| 1.1.2. The family of atomic functions $h_a(x)$                                                          | 17        |
| 1.1.3. Physical characteristics                                                                         | 19        |
| 1.2. Construction of weight functions and the improvement of their physical characteristics             | 21        |
| 1.2.1. Kravchenko — Kaiser weight functions                                                             | 21        |
| 1.2.2. Kravchenko — Nuttall weight functions                                                            | 22        |
| 1.3. Design of FIR filters based on atomic functions                                                    | 24        |
| 1.3.1. Filters with linear phase characteristics                                                        | 24        |
| 1.3.2. Types of FIR-filters with linear phase characteristics                                           | 25        |
| 1.3.3. The development of FIR-filters                                                                   | 25        |
| 1.3.4. Construction of filter with finite impulse response                                              | 26        |
| 1.4. Generalized sampling series                                                                        | 30        |
| 1.4.1. Generalized sampling series based on atomic functions                                            | 31        |
| 1.4.2. The physical meaning of the generalized sampling series                                          | 32        |
| 1.4.3. Kravchenko — Kotelnikov weight function                                                          | 35        |
| 1.4.4. The generalized Kravchenko — Kotelnikov sampling theorem for random signals                      | 39        |
| 1.4.5. Analysis of particular cases of the generalized sampling series                                  | 40        |
| 1.4.6. The accounting errors of the generalized sampling theorem                                        | 45        |
| 1.4.7. The Kravchenko — Levitan core of the sampling series                                             | 47        |
| 1.5. Nonparametric estimation of probability density function of a sequence of random variables         | 49        |
| 1.5.1. Admissible valuation of the probability density function and its derivatives                     | 51        |
| 1.5.2. Numerical experiment                                                                             | 53        |
| Conclusions                                                                                             | 56        |
| <b>Chapter 2.</b>                                                                                       |           |
| <b>The application of WA-systems of functions in problems of physics</b>                                | <b>57</b> |
| 2.1. The construction of orthogonal WA-systems of functions                                             | 57        |
| 2.1.1. Orthogonal WA-systems of functions $\{\widetilde{\text{up}}(t)\}$                                | 57        |
| 2.1.2. The Kravchenko algorithm for constructing orthogonal WA-systems of functions                     | 64        |
| 2.1.3. The construction of orthogonal WA-systems of functions on the basis of atomic functions $h_a(x)$ | 65        |
| 2.2. Orthogonal WA-systems of functions in digital processing of signals and images                     | 67        |
| 2.2.1. Noise removal and compression one-dimensional signals                                            | 67        |

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.2.2. Noise removal and image compression                                                    | 69 |
| 2.3. Analytical WA-systems of functions                                                       | 74 |
| 2.3.1. Construction of complex WA-systems of functions                                        | 74 |
| 2.3.2. The functionality of the quality of the selection wavelet basis for<br>signal analysis | 77 |
| 2.3.3. Time series analysis of complex WA-systems of functions                                | 77 |
| Conclusions                                                                                   | 83 |

### Chapter 3.

|                                                                                                                           |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Synthesis of multidimensional digital filters</b>                                                                      | <b>84</b> |
| 3.1. The theory of R-functions and inverse problem analytic geometry                                                      | 84        |
| 3.2. Synthesis of two-dimensional digital filters with custom geometry<br>reference area                                  | 89        |
| 3.2.1. Two-dimensional digital filters with finite impulse response                                                       | 89        |
| 3.2.2. The loci of complex shape and the reference region two-dimensional<br>digital filters with finite impulse response | 91        |
| 3.2.3. The construction of a two-dimensional filter with infinite impulse<br>response                                     | 91        |
| 3.2.4. Numerical implementation of the algorithm and analysis physical<br>results                                         | 93        |
| 3.3. Two-dimensional analytical WA-systems of functions and their physical<br>properties                                  | 105       |
| 3.3.1. Constructing an analytical two-dimensional WA-systems of<br>functions                                              | 105       |
| 3.3.2. Physical properties analytical two-dimensional WA-systems of<br>functions                                          | 109       |
| Conclusions                                                                                                               | 112       |

### Chapter 4.

|                                                                                                                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Processing of radar signals and synthetic aperture antenna atomic functions</b>                                                                                      | <b>113</b> |
| 4.1. Signal processing in the receiver                                                                                                                                  | 113        |
| 4.2. Digital signal processing in antennas synthetic aperture side overview                                                                                             | 118        |
| 4.2.1. Geometry of synthetic aperture                                                                                                                                   | 118        |
| 4.2.2. The range equation                                                                                                                                               | 119        |
| 4.2.3. The signals in the system of synthetic aperture                                                                                                                  | 120        |
| 4.2.4. A two-stage digital signal processing RSA                                                                                                                        | 122        |
| 4.3. Application functions Kravchenko — Kaiser to problems of weight<br>averaging of the difference frequency                                                           | 123        |
| 4.4. A generalization of the ambiguity function of time and frequency based<br>on the family of atomic functions in the digital signal processing in<br>antenna systems | 125        |
| 4.5. Atomic and WA-systems of functions in the correlation processing of<br>radar signals                                                                               | 135        |
| 4.5.1. Filtering of the correlation function with atomic and WA-systems of<br>functions                                                                                 | 141        |
| Insights                                                                                                                                                                | 149        |

**Chapter 5.****The combined algorithm description for complex contour object and filter images in conditions of disturbance, high intensity**

|                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>in conditions of disturbance, high intensity</b>                    | <b>150</b> |
| Introduction                                                           | 150        |
| 5.1. Contours extraction of objects from images                        | 152        |
| 5.2. Linear filtering of images in the problem of the peaking          | 155        |
| 5.3. Underline the boundaries of objects in the image                  | 155        |
| 5.4. Edge detection in image processing. Consistently selective filter | 156        |
| 5.5. Contours as discrete signals. The equation of drawing             | 161        |
| 5.5.1. The contour coding of binary images                             | 161        |
| 5.5.2. Classification of contour signals                               | 164        |
| 5.5.3. Elementary circuits                                             | 164        |
| 5.5.4. Complex geometric object and its analytical description         | 164        |
| 5.6. Numerical experiment                                              | 166        |
| Conclusions                                                            | 169        |
| <b>Conclusions</b>                                                     | <b>170</b> |
| <b>Bibliography</b>                                                    | <b>171</b> |
| <b>Information about the authors</b>                                   | <b>179</b> |