

В. Б. Беляев

ДИНАМИКА

В

ОБЩЕЙ

ТЕОРИИ

ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Вариационные методы



URSS

В. Б. Беляев

**ДИНАМИКА
В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

Вариационные методы



URSS

МОСКВА

Беляев Владимир Борисович

Динамика в общей теории относительности: Вариационные методы.
М.: ЛЕНАНД, 2017. — 216 с.

В книге используется преимущественно алгебраический подход в изложении теории относительности, большое внимание уделяется вариационным методам и механике движения частиц в гравитационном поле, включая динамику. Введение метрической энергии светоподобной частицы позволяет определить ее лагранжиан и использовать не только кинематику, но и динамику для анализа ее свободного движения. Рассмотрена задача об энергии и импульсе, передаваемых частицей или системой гравитационному полю, для различных видов энергии и импульса. Проведена аналогия с ньютоновской гравитацией и получена гравитационная масса светоподобной частицы в слабом поле тяготения.

Дифференцированный подход к законам сохранения позволяет определить давление гравитационного поля и вакуума. Это сделано на основе решения уравнений поля Эйнштейна для статического сферически-симметричного источника. Скорость гравитации в искривленном пространстве получена с использованием аналогии с газовой средой.

Рассмотрены основы теории Калуцы—Клейна для пятимерного пространства-времени, теории индуцированной гравитации. Исследованы модели вращающегося гиперпространства с пространственно- и времени-подобной пятой координатой, динамика материальной частицы в них.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов, студентов старших курсов, специализирующихся в области физики и астрономии. Поскольку в первой части содержатся основы специальной теории относительности, то она также представляет интерес и для тех, кто начинает изучать этот раздел физики.

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю. А. Свистунов*;

д-р техн. наук, проф. *Г. Л. Саксаганский*;

д-р техн. наук *И. Е. Зубер*

Формат 60×90/16. Печ. л. 13,5. Зак. № АО-132.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД». 117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-4728-5

© ЛЕНАНД, 2017

18226 ID 229557



9 785971 047285

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	8
ВВЕДЕНИЕ.....	11
Часть 1. Основные положения теории относительности	13
Глава 1. Основы математического аппарата теории относительности	15
§ 1. Точки и тензоры	15
§ 2. Преобразования тензоров.....	17
§ 3. Псевдориманово пространство	19
Глава 2. Специальная теория относительности	23
§ 1. Четырехмерная квадратичная форма	23
§ 2. Преобразования Лоренца	25
§ 3. Четырехмерный вектор в пространстве-времени Минковского.....	29
§ 4. Преобразования Лоренца для 4-тензора	32
§ 5. Релятивистские импульс и энергия	32
§ 6. Неинерциальное движение.....	36
§ 7. Эффект Допплера.....	38
§ 8. Экспериментальное подтверждение специальной теории относительности.....	39

Часть 2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	43
ГЛАВА 3. ОБЪЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.....	45
§ 1. Ковариантное дифференцирование.....	45
§ 2. Свойства коэффициентов связности	51
§ 3. Тензоры кривизны.....	53
§ 4. Тензор Эйнштейна	55
ГЛАВА 4. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.....	57
§ 1. Принцип геодезических.....	57
§ 2. Изменения свойств пространства при преобразованиях координат.....	60
§ 3. Тензор энергии-импульса в искривленном пространстве.....	62
§ 4. Уравнения Эйнштейна.....	65
§ 5. Связь теории гравитации Эйнштейна с законом всемирного тяготения Ньютона.....	67
§ 6. Законы сохранения.....	70
§ 7. Собственное время, расстояние и объем	73
§ 8. О принципах экспериментальной проверки.....	75
ГЛАВА 5. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПСЕВДОРИМАНОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ.....	77
§ 1. Получение уравнений геодезических вариацией первого интеграла.....	77
§ 2. Определение энергии светоподобной частицы и ее вариация	80
§ 3. Получение уравнений изотропной критической кривой методом вариации интеграла энергии светоподобной частицы.....	84

§ 4. Соответствие принципу Ферма метода вариации интеграла энергии светоподобной частицы	85
§ 5. Тожественность решений уравнений изотропной геодезической и уравнений Эйлера–Лагранжа для энергии светоподобной частицы в случае статического гравитационного поля	87
§ 6. Разрешимость уравнений движения.....	88
§ 7. Лагранжиан материальной частицы.....	89
§ 8. Энергия и импульс частиц, передаваемые гравитационному полю.....	91
§ 9. Физический смысл энергии светоподобной частицы и коэффициент физической силы.....	92
§ 10. О выборе аффинного параметра для светоподобной частицы.....	94
ГЛАВА 6. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ ШВАРЦШИЛЬДА.....	97
§ 1. Решение уравнений движения светоподобной частицы	97
§ 2. Ускорение и динамика светоподобной частицы.....	99
§ 3. Частота и импульс фотона в локальных системах координат	101
§ 4. Траектории фотона.....	103
§ 5. Изменение эффективного импульса, переданного фотоном гравитационному полю.....	105
§ 6. Кинематика материальной частицы	106
§ 7. Динамика материальной частицы	109
§ 8. Гравитационная масса	112
§ 9. Отклонение света в гравитационном поле	113
ГЛАВА 7. РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА	117
§ 1. Тензор энергии-импульса системы частиц.....	117
§ 2. Центально-симметричное гравитационное поле	120

§ 3. Космологическая модель Фридмана–Леметра–Робертсона–Уокера	124
§ 4. Пространство-время Гёделя	129
§ 5. Метрика Керра.....	136
ГЛАВА 8. СВОЙСТВА ВАКУУМА	143
§ 1. Энергия деформации вакуума.....	143
§ 2. Скорость гравитации	148
§ 3. Эффективная энергия гравитационного поля в пространстве Шварцшильда	152
§ 4. Космологические параметры	153
 ЧАСТЬ 3. ПЯТИМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ	157
 ГЛАВА 9. ТЕОРИЯ КАЛУЦЫ–КЛЕЙНА	159
§ 1. Пятимерная модель Калуцы.....	159
§ 2. Теория индуцированной гравитации.....	163
§ 3. Сферически-симметричные решения уравнений теории индуцированной гравитации	164
§ 4. Уравнения движения заряженной частицы	168
§ 5. Обобщенные импульсы для первой и пятой координаты	170
 ГЛАВА 10. СФЕРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ПРОСТРАНСТВЕ В ПЯТИ ИЗМЕРЕНИЯХ	173
§ 1. Обобщение модели Калуцы–Клейна на более чем 5 измерений.....	173
§ 2. Геодезические во вращающемся пространстве.....	174
§ 3. Представление в цилиндрической координатной системе в 5D	176
§ 4. Метрики с времениподобной пятой координатой	179

ГЛАВА 11. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МОДЕЛИ ПЯТИМЕРНОГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПРОСТРАНСТВА	185
§ 1. Сопоставление с теорией гравитации Калуцы–Клейна	185
§ 2. Двойная Вселенная	186
§ 3. Основные свойства модели Пионер-эффекта.....	187
§ 4. Модель при пространственноподобном пятом измерении	188
§ 5. Дополнительное ускорение планет	190
§ 6. Модель при времениподобном пятом измерении.....	192
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	195
ЛИТЕРАТУРА.....	200
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЧАСТИЦЫ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ.....	206
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ИМПУЛЬСЫ ЧАСТИЦ В ПРОСТРАНСТВЕ- ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ	209
SUMMARY	211