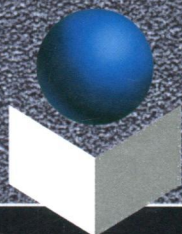


А.А. Туганбаев



**ДИСТРИБУТИВНЫЕ
ГРУППОВЫЕ КОЛЬЦА
И БЛИЗКИЕ К НИМ ТЕМЫ**

ФЛИНТА

А.А. Туганбаев

**ДИСТРИБУТИВНЫЕ
ГРУППОВЫЕ КОЛЬЦА
И БЛИЗКИЕ К НИМ ТЕМЫ**

Монография

Москва
Издательство «ФЛИНТА»
2024

УДК 512.55
ББК 22.144
Т81

*Исследование выполнено за счет гранта
Российского научного фонда № 22-11-00052,
<https://rscf.ru/project/22-11-00052>
(А.А. Туганбаев, Национальный исследовательский
университет МЭИ; Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова)*

Туганбаев А.А.

Т81 Дистрибутивные групповые кольца и близкие к ним
темы : монография / А.А. Туганбаев. – Москва : ФЛИНТА,
2024. – 152 с. – ISBN 978-5-9765-5487-0. — Текст :
непосредственный.

В данной книге изучаются инъективные и регулярные
модули и кольца, а также групповые кольца и моноидные
кольца моноидов с сокращениями и регулярных моноидов.

УДК 512.55
ББК 22.144

ISBN 978-5-9765-5487-0

© Туганбаев А.А., 2024

© Издательство «ФЛИНТА», 2024

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 6 |
| 1. Инъективные и близкие к ним модули | 15 |
| 1.1. Предварительные сведения | 15 |
| 1.1.1. Системы образующих и \aleph -порожденные модули | 15 |
| 1.1.2. Свободные модули и их базисы | 16 |
| 1.1.3. Относительная проективность. Проективные модули | 16 |
| 1.1.4. Собственные и существенные подмодули. Замкнутые подмодули и замыкания подмодулей | 18 |
| 1.1.5. Замыкания и дополнения | 19 |
| 1.1.6. Несингулярные и сингулярные модули. Сингулярный подмодуль. Идеал $\text{sg } M$ | 20 |
| 1.1.7. Бимодули | 21 |
| 1.1.8. Редуцированные, риккартовы и pf -кольца | 22 |
| 1.1.9. Регулярные модули и кольца | 25 |
| 1.1.10. Регулярные модули и кольца | 27 |
| 1.1.11. Кольца частных по множествам Ope | 28 |
| 1.1.12. Модули частных по множествам Ope | 30 |
| 1.2. Относительная инъективность | 34 |
| 1.2.1. Общие свойства X -инъективности | 34 |
| 1.2.2. Инъективные модули, I | 36 |
| 1.2.3. Критерий Бэра инъективности | 37 |
| 1.2.4. Делимые и p -инъективные модули | 38 |
| 1.2.5. Инъективные кообразующие | 39 |
| 1.2.6. Инъективные модули II | 41 |
| 1.3. Квазинепрерывные модули. Инъективные оболочки | 42 |
| 1.3.1. Квазинепрерывные модули | 42 |
| 1.3.2. Инъективные оболочки | 47 |

| | |
|---|-----------|
| 1.4. Счетно инъективные и дистрибутивные модули | 49 |
| 1.4.1. Счетно инъективные и счетно алгебраически компактные модули | 49 |
| 1.4.2. Модули Безу и дистрибутивные модули | 53 |
| 1.4.3. Свойства дистрибутивных модулей | 58 |
| 1.4.4. Свойства дистрибутивных колец | 63 |
| 2. Регулярные и строго регулярные групповые кольца ... | 68 |
| 2.1. Групповые и моноидные кольца | 68 |
| 2.1.1. Начальные свойства колец AG | 68 |
| 2.1.2. AH -модуль AG , где H – подгруппа группы G | 72 |
| 2.1.3. Группа кватернионов, гамильтоновы и локально конечные группы | 74 |
| 2.2. Моноиды с сокращениями | 77 |
| 2.2.1. Начальные свойства моноидов с сокращениями | 77 |
| 2.2.2. Свойства модуля $AGAG$ | 79 |
| 3. Кольца многочленов и пирсовские слои | 81 |
| 3.1. Группа $[[x-1, x]]A[[x, x-1]]$ и ее подгруппы | 81 |
| 3.1.1. Определения и обозначения | 81 |
| 3.1.2. Кольца $A[[x, \varphi]]$, $[[\varphi, x]]A$, $A[x, \varphi]$ и $[\varphi, xA]$ | 83 |
| 3.2. Кольца $A[x, \varphi]$ | 84 |
| 3.2.1. Начальные свойства колец $A[x, \varphi]$ | 84 |
| 3.2.2. Нормальные кольца $A[x, \varphi]$ | 87 |
| 3.3. Конечны порожденные идеалы кольца $A[x, \varphi]$ | 88 |
| 3.3.1. Теорема Гильберта о базисе и главные идеалы | 88 |
| 3.3.2. Центральные идемпотенты кольца $A[x, \varphi]$ | 89 |
| 3.3.3. Кольца $[\varphi, x]A$ и $A[x, \varphi]$, где A строго регулярно | 91 |
| 3.3.4. Свойства колец $[\varphi, x]A/xn[\varphi, x]A$ | 93 |
| 3.3.5. Кольца Безу $[\varphi, x]A/xn[\varphi, x]A$ | 97 |
| 3.4. Кольца косых многочленов Лорана | 99 |
| 3.4.1. Свойства колец $A[x, x-1, \varphi]$ и $[\varphi, x-1, x]A$ | 100 |
| 3.4.2. Простые кольца $A[x, x-1, \varphi]$ | 104 |

| | |
|---|------------|
| 3.5. Пирсовские слои и максимальные неразложимые факторы | 107 |
| 3.5.1. Начальные свойства | 107 |
| 3.5.2. Свойства пирсовских слоев | 109 |
| 3.5.3. Модули и пирсовские слои, I | 113 |
| 3.5.4. Модули и пирсовские слои, II | 115 |
| 3.5.5. Элементы кольца и пирсовские слои | 118 |
| 4. Регулярные групповые кольца и дистрибутивные моноидные кольца | 122 |
| 4.1. Регулярные групповые кольца | 122 |
| 4.1.1. Теоремы Вильямайера и Машке | 122 |
| 4.1.2. Подкольца A в R , где модуль AR свободен | 124 |
| 4.1.3. Связь между кольцами AG и AH , где H – подгруппа в $U(G)$ | 125 |
| 4.1.4. Строго регулярные групповые кольца | 127 |
| 4.2. Дистрибутивные групповые и моноидные кольца | 129 |
| 4.2.1. Свойства дистрибутивных групповых колец, I | 129 |
| 4.2.2. Свойства дистрибутивных групповых колец, II | 134 |
| 4.2.3. Свойства дистрибутивных групповых колец, III | 135 |
| 4.2.4. Свойства дистрибутивных групповых колец, IV | 137 |
| 4.2.5. Дистрибутивные моноидные кольца моноидов с сокращениями | 139 |
| 4.2.6. Дистрибутивные моноидные кольца регулярных моноидов | 144 |
| Предметный указатель | 148 |
| Список литературы | 150 |