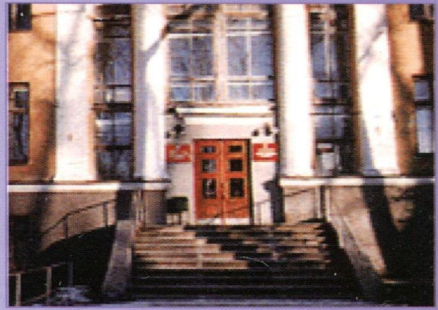




Э.Х. Гимади



М.Ю. Хачай

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА МНОЖЕСТВАХ ПЕРЕСТАНОВОК

Екатеринбург
2016

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук
Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

Э. Х. ГИМАДИ, М. Ю. ХАЧАЙ

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
НА МНОЖЕСТВАХ ПЕРЕСТАНОВОК

Екатеринбург, 2016

Издание поддержано Российским научным фондом,
гранты № 14-11-00109 и № 16-11-10041

УДК 519.16

Экстремальные задачи на множествах перестановок /
Гимади Э. Х., Хачай М. Ю. — Екатеринбург: “Издательство
УМЦ УПИ”, 2016. — 220 с.

Книга посвящена вопросам алгоритмического анализа ряда актуальных комбинаторных задач, заданных на различных подмножествах симметрической группы перестановок и являющихся обобщениями классических задачи коммивояжера (TSP) и задачи об оптимальной маршрутизации транспорта (VRP).

В большинстве своем рассматриваемые в книге комбинаторные задачи NP -трудны и слабо аппроксимируемы в общей постановке, однако обладают эффективными приближенными и даже асимптотически точными алгоритмами при некоторых дополнительных ограничениях.

В работах обсуждаются как известные, так и совсем недавние результаты, полученные в области проектирования, обоснования и реализации полиномиальных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности, рандомизированных асимптотически точных алгоритмов и полиномиальных приближенных схем для рассматриваемых задач.

Авторы надеются, что книга может оказаться полезной исследователям в области комбинаторной оптимизации, а также аспирантам и студентам, интересующимся вопросами алгоритмического анализа труднорешаемых задач.

Рецензент — чл.-корр. РАН А. Г. Ченцов

ISBN 978-5-8295-0497-7

УДК 519.16

© Гимади Э. Х., Хачай М. Ю. 2016.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
Г л а в а 1 Перестановки	10
1.1. Орбиты и цикловое представление перестановок	13
1.2. Цикловые типы перестановок	17
1.3. Перестановки с заданным числом циклов и числа Стирлинга	20
Г л а в а 2 Задачи о цикловом покрытии графа	29
2.1. Покрытия с минимальным числом циклов	33
2.2. Покрытия оптимального веса	37
2.3. Задачи с фиксированным числом циклов	39
2.3.1. Сложность и неаппроксимируемость	40
2.3.2. Метрический случай: 2-приближенный алгоритм	43
2.3.3. Евклидова постановка: полиномиальная прибли- женная схема	55
2.4. Задачи с ограничением на длину циклов	88
2.4.1. Вычислительная сложность и неаппроксимируе- мость	89
2.4.2. Метрический случай: приближенные алгоритмы	92
Г л а в а 3 Задачи об оптимальной маршрутизации	105
3.1. Постановка задачи CVRP	108
3.2. Случай одного склада	110
3.3. PTAS для евклидовой задачи MDCVRP	123
Г л а в а 4 Алгоритмы с оценками для некоторых труднорешаемых задач маршрутизации	128
4.1. Введение	128
4.2. Эвристика “Иди в ближайший непройденный город” (ИБГ) для задачи MIN TSP	139

4.3. Задача отыскания связного остовного подграфа с максимальным весом ребер в полном неориентиро- ванном графе с заданными степенями вершин	148
4.3.1. Приближенный алгоритм решения задачи	149
4.3.2. Вероятностный анализ алгоритма A	153
4.3.3. Случай распределения $UNI(a, b)$	155
4.3.4. Случай мажорирования	159
4.3.5. Некоторые обобщения	160
Г л а в а 5 Асимптотически точные алгоритмы для некоторых труднорешаемых задач маршрутизации	162
5.1. Асимптотически точный алгоритм решения задачи TSP в многомерном евклидовом пространстве	162
5.1.1. Упрощенная версия алгоритма решения задачи	165
5.1.2. Обоснование асимптотической точности алгорит- ма \tilde{A}	168
5.2. Задача покрытия графа m несмежными циклами максимального суммарного веса	173
5.2.1. TSP-подход к приближенному решению задачи Euclidean MAX m -Cycles Cover	173
5.2.2. Анализ алгоритма A	176
5.3. Приближенный алгоритм для решения задачи MIN m -CYCLES COVER на случайных входах $UNI(0,1)$	179
5.4. Задача p -median	182
5.4.1. Алгоритм и основная теорема	183
5.4.2. Вероятностный анализ алгоритма	184
5.5. Random k -VRP с ограниченным числом клиентов в каждом маршруте	191
5.5.1. Постановка задачи k -VRP	192
5.5.2. Приближенный алгоритм решения задачи k -VRP	193
5.5.3. Задачи k -VRP с несколькими депо	204
5.5.4. Обобщение на случай мажорирующих распреде- лений	207
ЛИТЕРАТУРА	210