

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ



А. В. Елисеев



E.LANBOOK.COM

ОГЛАВЛЕНИЕ

А. В. ЕЛИСЕЕВ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Учебное пособие



ЛАН

• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР •
2022

УДК 517.9

ББК 22.161.1я73

Е 51 Елисеев А. В. Интегральные преобразования : учебное пособие для вузов / А. В. Елисеев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 176 с. : ил. — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-507-44698-8

Предлагаемое учебное пособие посвящено интегральным преобразованиям в приложении к составлению математических моделей систем с распределенными и сосредоточенными параметрами. В пособии представлен теоретический материал, охватывающий основы интегральных преобразований Фурье и Лапласа, приведены примеры решения задач математической физики и теории колебаний. Предназначено для студентов технических специальностей, может быть полезно сотрудникам и аспирантам, интересующимся прикладными аспектами применения интегральных преобразований, и использовано студентами в рамках научно-исследовательской деятельности.

УДК 517.9

ББК 22.161.1я73

Андрей Владимирович Елисеев — кандидат технических наук,
доцент кафедры математики Иркутского государственного университета
путей сообщения.

Обложка

П. И. ПОЛЯКОВА

© Издательство «Лань», 2022

© А. В. Елисеев, 2022

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|-------------------|---|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 5 |
| ВВЕДЕНИЕ | 8 |

ЧАСТЬ 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Элементы математических основ моделирования временных процессов и пространственных форм на основе рядов Фурье | 12 |
| 1.1. Некоторые сведения, необходимые для математического моделирования технических объектов с помощью функций | 12 |
| 1.2. Элементарная математическая модель периодического сигнала | 19 |
| 1.3. Ряд Фурье для ортогональной тригонометрической системы | 22 |
| 1.3.1. Ряд Фурье функции с периодом 2π | 22 |
| 1.3.2. Ряды Фурье для функции с произвольным периодом | 23 |
| 1.3.3. Комплексная форма ряда Фурье | 25 |
| 1.4. Энергетические характеристики. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля | 27 |
| 2. Приложение метода преобразований на основе разложения в ряды Фурье к моделированию физических явлений на конечных пространственных интервалах | 31 |
| 2.1. Интерпретация коэффициентов ряда Фурье в виде преобразований | 31 |
| 2.2. Применение преобразований к определению свободного движения конечной струны | 43 |
| 2.3. Применение преобразований к определению распределения теплового потока в стержне | 49 |
| 3. Интегральное преобразование Фурье | 56 |
| 3.1. Интегральная формула Фурье | 56 |
| 3.2. Прямое и обратное преобразования Фурье | 60 |
| 3.3. Применение преобразования Фурье к решению задач | 68 |
| 3.3.1. Задача определения форм движения бесконечной струны | 68 |
| 3.3.2. Задача о распределении температуры в бесконечном стержне | 76 |
| 4. Синус- и косинус-преобразования Фурье. Приложения | 84 |
| 4.1. Определение синус- и косинус-преобразований Фурье | 84 |
| 4.2. Применение синус-преобразования Фурье к решению волнового уравнения бесконечной струны с условием на границе ... | 94 |

ЧАСТЬ 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5. Элементы теории функции комплексной переменной | 105 |
| 5.1. Комплексная плоскость. Бесконечно удаленная точка. Функция комплексной переменной | 105 |
| 5.2. Однозначная функция. Непрерывная функция. Дифференцируемая функция | 109 |
| 5.3. Аналитические функции | 109 |
| 5.4. Нули. Особые точки | 111 |
| 5.5. Расширение области определения функции | 112 |
| 6. Введение в теорию прямого и обратного преобразования Лапласа | 115 |
| 6.1. Периодические и аperiodические функции | 116 |
| 6.2. Ряды Фурье | 118 |
| 6.3. Преобразование Фурье | 119 |
| 6.4. Одностороннее преобразование Фурье | 121 |
| 6.5. Преобразование Лапласа | 124 |
| 7. Интеграл Лапласа. Основные свойства | 129 |
| 7.1. Преобразование Лапласа | 129 |
| 7.2. Свойства преобразования Лапласа | 132 |
| 7.3. Построение передаточной функции системы с помощью преобразования Лапласа | 139 |
| 8. Обратное преобразование Лапласа | 142 |
| 8.1. Формула обращения | 142 |
| 8.2. Обратное преобразование простой алгебраической дроби с числителем в виде многочлена второго порядка | 144 |
| 8.3. Обратное преобразование простой алгебраической дроби в общем случае | 149 |
| 8.4. Обратное преобразование некоторых аналитических функций | 151 |
| 8.5. Определение свойств оригинала на основе свойств изображения без процедуры обращения | 153 |
| 9. Применение интегральных преобразований Лапласа в задаче оценки динамических характеристик механической колебательной системы с одной степенью свободы | 155 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 173 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК | 174 |