



С.С. Марченков

ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ



булева функция

конечный автомат

машина Тьюринга

рекурсивная функция

С.С. Марченков

**ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ
ДИСКРЕТНОЙ
МАТЕМАТИКИ**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2023

УДК 519.1(075.8)

ББК 22.17я73

М 30

Марченков С.С. **Избранные главы дискретной математики.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2023. — 192 с. — ISBN 978-5-9221-1969-6.

Учебное пособие написано на основе курсов «Дополнительные главы дискретной математики» и «Функциональные системы», которые автор на протяжении ряда лет читал на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ. Пособие состоит из 6 глав, дополненных задачами и упражнениями. Глава 1 «Множества, отношения, функции» служит теоретико-множественной и алгебраической основой при изучении последующих глав книги. Глава 2 «Замкнутые классы булевых функций» содержит общие факты по булевым функциям, а также современное изложение классических результатов Э. Поста по перечислению всех замкнутых классов булевых функций. Глава 3 «Функции многозначной логики» представляет собой введение в теорию функций многозначной логики. Главы 4 и 5, посвящены конечным автоматам: в главе 4 рассматриваются автоматы-распознаватели, а в главе 5 — автоматы-преобразователи. В главе 6 «Машины Тьюринга и вычислимые функции» определяются машины Тьюринга и функции, вычислимые на них. Устанавливается совпадение класса вычислимых функций с классом частично-рекурсивных функций. Вводятся понятия Р-сводимости и NP-полноты. Устанавливается существование NP-полных проблем.

Студентам, аспирантам и научным сотрудникам, специализирующимся в области дискретной математики и кибернетики.

ISBN 978-5-9221-1969-6

© ФИЗМАТЛИТ, 2023

© С. С. Марченков, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Множества, отношения, функции	7
Глава 2. Замкнутые классы булевых функций.	16
2.1. Основные понятия.	16
2.2. Предварительные сведения	20
2.3. Замкнутые классы, лежащие в классах U, D, K, L	25
2.4. Замкнутые классы, лежащие в классах S, O^∞, I^∞	28
2.5. Замкнутые классы, лежащие в классах T_1 и T_0	34
2.6. Основной результат.	41
Глава 3. Функции многозначной логики	46
3.1. Основные понятия.	46
3.2. Стандартные полные системы	47
3.3. Алгоритм распознавания функциональной полноты	52
3.4. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.	55
3.5. Критерий Яблонского	58
3.6. Замкнутые классы, не имеющие конечных базисов.	62
3.7. Перечисление предполных классов в P_k	65
Глава 4. Конечные автоматы-распознаватели	69
4.1. Конечный автомат без выхода. Конечно-автоматные множества	69
4.2. Правоинвариантная эквивалентность. Теоретико-множественные операции над конечно-автоматными множествами	73
4.3. Недетерминированные автоматы	78
4.4. Операции произведения и итерации.	81
4.5. Регулярные множества. Теорема Клини	84
Глава 5. Конечные автоматы-преобразователи	88
5.1. Конечный автомат с выходом. Теорема Мура	88
5.2. Остаточные функции. Вес функции.	92
5.3. Конечные автоматы на сверхсловах	95
5.4. Операции суперпозиции и введения обратной связи.	101

5.5. Конечная порождаемость класса конечно-автоматных функций. Несводимость операции введения обратной связи к операции суперпозиции	105
Глава 6. Машины Тьюринга и вычислимые функции	110
6.1. Машина Тьюринга	110
6.2. Композиция и итерация машин Тьюринга	115
6.3. Моделирование машин Тьюринга	120
6.4. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации	122
6.5. Универсальная машина Тьюринга	129
6.6. Классы P и NP	134
6.7. NP-полнота. Теорема Кука	140
6.8. Примитивно-рекурсивные функции	148
6.9. Класс частично-рекурсивных функций	154
6.10. Частичная рекурсивность вычислимых функций. Формула Клини	161
Ответы, решения, указания	164
Литература	182
Предметный указатель	184