

В. В. Немыцкий
В. В. Степанов

**КАЧЕСТВЕННАЯ
ТЕОРИЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ**



URSS

**Репринт 2-го, существенно
переработанного
и дополненного издания**

В. В. Немыцкий, В. В. Степанов

КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Издание четвертое



URSS

МОСКВА

**Немыцкий Виктор Владимирович,
Степанов Вячеслав Васильевич**

**Качественная теория дифференциальных уравнений. Изд. 4-е.
М.: ЛЕНАНД, 2017. — 552 с.**

Вниманию читателя предлагается книга известных российских математиков, профессоров Московского государственного университета, посвященная методам и приложениям качественной теории дифференциальных уравнений. Главной идеей монографии является теория топологических свойств семейства интегральных кривых. Во второй и третьей главах рассматриваются аффинные инварианты семейства интегральных кривых. В книгу включено изложение многих важных теорий, включая основы теории устойчивости Ляпунова.

Книга предназначена специалистам — математикам, механикам, физикам, а также студентам и аспирантам.

Формат 60×90/16. Печ. л. 34,5. Зак. № АЛ-886.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978–5–9710–4575–5

© ЛЕНАНД, 2017

15238 ID 227700



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию	5
Предисловие к первому изданию	6
Введение	7
Глава I. Теоремы существования и непрерывности	11
§ 1. Теорема существования	11
§ 2. Некоторые теоремы единственности и непрерывности	19
§ 3. Динамические системы, определяемые системой дифференциальных уравнений	26
§ 4. Выпрямляемые семейства интегральных кривых	39
§ 5. Поле линейных элементов	44
Глава II. Интегральные кривые системы двух дифференциальных уравнений	48
§ 1. Общие свойства интегральных кривых на плоскости	48
§ 2. Траектории на торе	65
§ 3. Геометрическая классификация особых точек	77
§ 4. Аналитические критерии для различения типов особой точки	84
§ 5. Критерии существования периодических решений	142
Глава III. Общее исследование системы n дифференциальных уравнений (асимптотическое поведение решений)	165
Введение	165
§ 1. Общие теоремы о системах линейных уравнений	169
§ 2. Приводимые системы	176
§ 3. Теория характеристических чисел А. М. Ляпунова	182
§ 4. Качественное исследование систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами и приводимых систем	201
§ 5. Почти линейные системы	218
Глава IV. Исследование окрестности особой точки и периодического решения для системы n дифференциальных уравнений	232
§ 1. Исследование окрестности особой точки в аналитическом случае	232
§ 2. Исследование окрестности особой точки в общем случае	261
§ 3. Устойчивость по Ляпунову по первому приближению	285
§ 4. Исследование интегральных кривых в окрестности периодического движения	291
§ 5. Метод поверхностей сечения	314
Глава V. Общая теория динамических систем	345
§ 1. Общие свойства динамических систем	346

ОГЛАВЛЕНИЕ

	2. Локальная структура динамической системы	351
	3. Предельные свойства динамических систем	357
	4. Устойчивость по Пуассону	363
	5. Возвращаемость областей. Центральные движения	372
	6. Минимальный центр притяжения	389
	7. Минимальные множества и рекуррентные движения	400
	8. Почти периодические движения	411
	9. Асимптотические траектории	426
	10. Вполне неустойчивые динамические системы	429
	11. Динамические системы, устойчивые по Ляпунову	443
	Глава VI. Системы с интегральным инвариантом	449
	1. Определение интегрального инварианта	449
	2. Мера Каратеодори	456
	3. Теоремы возвращения	469
	4. Теоремы Гопфа	475
	5. Эргодическая теорема Биркгофа	480
	6. Добавления к эргодической теореме	490
	7. Статистические эргодические теоремы	493
	8. Обобщения эргодической теоремы	495
	9. Инвариантные меры произвольной динамической системы	507
	Библиография	541
	Алфавитный указатель	546