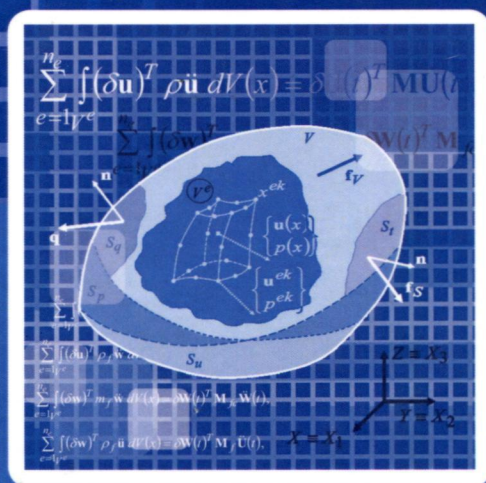


А. Б. МАСЛОВ

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЕ ПОРОУПРУГИЕ МОДЕЛИ В БИОМЕХАНИКЕ



Л. Б. МАСЛОВ

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЕ ПОРОУПРУГИЕ МОДЕЛИ В БИОМЕХАНИКЕ

*Монография*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ · МОСКВА · КРАСНОДАР  
2018

ББК 28.071

М 31

Маслов Л. Б.

**М 31** Конечно-элементные пороупругие модели в биомеханике: Монография. — СПб.: Издательство «Лань», 2018. — 236 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

**ISBN 978-5-8114-1639-4**

В монографии на основе общих подходов механики сплошной среды представлена теория динамической пороупругости, описывающая напряженно-деформированное состояние пористых упругих тел, насыщенных жидкостью. Значительное внимание уделено разработке численных алгоритмов на основе метода конечных элементов для расчета вынужденных гармонических колебаний пороупругих механических систем. В книге представлены математические модели биологических тканей и биомеханических структур в виде эффективной пороупругой среды. С математической точки зрения исследуются вынужденные колебания некоторых элементов опорно-двигательного аппарата человека и распределение давления жидкости в системах пор тканей, изучается взаимосвязь движения жидкости с резонансными режимами колебаний биомеханических структур.

Издание предназначено для студентов и аспирантов, изучающих механику деформируемого твердого тела и численные методы, для специалистов в области биомеханики тканей и опорно-двигательного аппарата.

ББК 28.071

**Рецензенты:**

*С. М. БАУЭР* — доктор физико-математических наук, профессор кафедры гидроупругости Санкт-Петербургского государственного университета;  
*В. Е. МИЗОНОВ* — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики Ивановского государственного энергетического университета им. В. И. Ленина, почетный работник высшего профессионального образования РФ.

Обложка

*Е. А. ВЛАСОВА*

*Охраняется законом РФ об авторском праве.  
Воспроизведение всей книги или любой ее части  
запрещается без письменного разрешения издателя.  
Любые попытки нарушения закона  
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Издательство «Лань», 2018  
© Л. Б. Маслов, 2018  
© Издательство «Лань»,  
художественное оформление, 2018

## Оглавление

<b>Введение</b>	5
<b>Глава 1. Основные уравнения теории анизотропной пороупругости</b>	15
1.1. Математическая модель пороупругой среды	15
1.2. Кинематические переменные пороупругой среды	20
1.3. Силовые переменные пороупругой среды	26
1.4. Определяющие соотношения пористого упругого материала	28
1.5. Инерционные и диссипативные характеристики пороупругой среды	33
1.6. Уравнения движения среды в «u-p» переменных	39
1.7. Формулировка задачи о вынужденных колебаниях	42
1.8. Определяющие соотношения с учетом вязкости фаз	49
1.9. Уравнения движения среды в «u-w» переменных	54
<b>Глава 2. Теоретический анализ эффективных характеристик пороупругой среды</b>	60
2.1. Соотношения между модулями среды в двух состояниях	60
2.2. Методы микромеханики для расчета эффективных упругих модулей гетерогенных материалов	62
2.3. Метод самосогласования для расчета тензора эффективных модулей пороупругой среды	67
2.4. Дифференциальная схема для случая большой пористости	73
2.5. Вычисление тензора Био методами микромеханики	75
2.6. Вычисление гидростатической константы методами микромеханики	81
2.7. Эффективные характеристики изотропного материала	84
2.8. Механические свойства биологических тканей как пороупругих сред	87
<b>Глава 3. Конечно-элементные алгоритмы расчета колебаний пороупругого анизотропного тела</b>	101
3.1. Ослабленная формулировка задачи пороупругости в «u-p» пере-	101

менных	
3.2. Конечно-элементная дискретизация уравнений в «u-r» переменных	106
3.3. Конечно-элементные уравнения колебаний пороупругой среды	120
3.4. Конечно-элементная формулировка задачи в «u-w» переменных	121
3.5. Программная система конечно-элементного анализа колебаний пороупругих тел	135
<b>Глава 4. Конечно-элементный анализ колебаний биомеханических структур</b>	<b>145</b>
4.1. Обзор исследований колебаний тканей опорно-двигательного аппарата человека	145
4.2. Разработка компьютерной модели голени человека	154
4.3. Компьютерный анализ динамических свойств биомеханических структур голени человека	159
<b>Глава 5. Применение математических моделей для решения практических задач медицинской биомеханики</b>	<b>180</b>
5.1. Имитационное моделирование колебаний большеберцовой кости в окружении мягких тканей	180
5.2. Метод оценки динамических свойств по собственным колебаниям	187
5.3. Исследование динамических свойств биологических тканей в естественных физиологических условиях	191
5.4. Вибрационная стимуляция костной ткани в отсутствии достаточной физической нагрузки	196
5.5. Вибрационная диагностика состояния костной ткани при остеопорозе	208
<b>Заключение</b>	<b>214</b>
<b>Библиографический список</b>	<b>218</b>
<b>Приложения</b>	<b>229</b>