

А. С. Шварц

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ТОПОЛОГИЯ

ОСНОВНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ
квантовой теории поля



ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
квантовой теории поля



ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ



URSS

А. С. Шварц

**КВАНТОВАЯ
ТЕОРИЯ ПОЛЯ
И
ТОПОЛОГИЯ**

Издание второе



URSS
МОСКВА

ББК 22.152 22.311 22.315*

Шварц Альберт Соломонович

Квантовая теория поля и топология. Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 400 с.

Топология в настоящее время является неотъемлемой частью математического арсенала теоретической физики. С ее помощью уже достигнуты значительные результаты, и прежде всего в квантовой теории поля. Открыты также широкие перспективы для приложений топологии в других областях физики. Основной целью настоящей книги является изложение результатов квантовой теории поля, полученных топологическими методами. Однако в ней освещены и некоторые топологические вопросы теории конденсированных сред. Книга содержит также ориентированное на физиков изложение основ топологии и необходимую информацию по теории групп и алгебр Ли. Включение главы, посвященной основным лагранжианам, используемым в физике элементарных частиц, делает книгу независимой от учебников квантовой теории поля.

Для физиков, интересующихся применениями топологии, и для математиков, желающих ознакомиться с квантовой теорией поля и математическими методами, используемыми в ней.

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук Б. А. Дубровин

ООО «ЛЕНАНД», 117312, г. Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.
Формат 60х90/16. Печ. л. 25. Зак. № 830.

Отпечатано в ООО «Курганский Дом печати»,
640022, Курган, К. Маркса, 106.

ISBN 978-5-9710-3694-4

© ЛЕНАНД, 2016

18922 ID 215861



НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ	11
Глава I. ОСНОВНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ	14
§ 1. Простейшие лагранжианы	14
§ 2. Квадратичные лагранжианы	18
§ 3. Внутренние симметрии	20
§ 4. Калибровочные теории	25
§ 5. Частицы, отвечающие неквадратичным лагранжианам	28
§ 6. Лагранжианы сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий	30
§ 7. Большие объединения	38
Глава II. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ	41
§ 1. Топологически стабильные дефекты	41
§ 2. Топологические интегралы движения	57
§ 3. Двумерная модель. Абрикосовские вихри	64
§ 4. Монополи Полякова-Хоофта	70
§ 5. Топологические интегралы движения в калибровочных теориях	76
§ 6. Частицы в калибровочных теориях	84
§ 7. Магнитный заряд	87
§ 8. Общие формулы для электромагнитной напряженности и магнитного заряда в калибровочных теориях	94
§ 9. Экстремумы симметричных функционалов	99
§ 10. Симметричные калибровочные поля	101
§ 11. Оценка энергии магнитного монополя	110
§ 12. Топологически нетривиальные нити	114
§ 13. Частицы в присутствии нити	120
§ 14. Нелинейные поля	127
§ 15. Многозначные функционалы действия	134
§ 16. Функциональные интегралы	139
§ 17. Применение функциональных интегралов в квантовой теории	145
§ 18. Квантование калибровочных теорий	152
§ 19. Эллиптические операторы	165
§ 20. Свойства эллиптических операторов. Индекс эллиптического оператора	170
§ 21. Детерминанты эллиптических операторов	176
§ 22. Квантовые аномалии	180
§ 23. Инстантоны	187
§ 24. Число инстантонных параметров	199

§ 25. Вычисление инстантонного вклада	204
§ 26. Функциональные интегралы для теорий, содержащих фермионные поля	213
§ 27. Инстантоны в квантовой хромодинамике	222
Глава III. ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ	228
§ 1. Основные топологические понятия	228
§ 2. Степень отображения	242
§ 3. Фундаментальная группа	250
§ 4. Накрывающие пространства	255
§ 5. Многообразия	259
§ 6. Дифференциальные формы в евклидовом пространстве	265
§ 7. Гомологии и когомологии областей евклидова пространства	274
§ 8. Гомологии и гомотопии	282
§ 9. Гомологии произвольных пространств	286
§ 10. Дифференциальные формы на гладком многообразии и гомологии гладкого многообразия	294
§ 11. Гомологии римановых многообразий	298
§ 12. Гомотопическая классификация отображений сферы (основные утверждения)	302
§ 13. Отображения сферы в неодносвязное пространство	306
§ 14. Гомотопические группы сфер	308
§ 15. Гомотопические группы произвольных пространств	310
§ 16. Расслоенные пространства	315
§ 17. Связь между гомотопическими группами базы, слоя и пространства расслоения	321
§ 18. Теорема о накрывающей гомотопии. Точная гомотопическая последовательность	326
§ 19. Относительные гомотопические группы	332
§ 20. Гомотопические группы групп Ли и однородных многообразий	335
§ 21. Гомологии групп Ли и однородных многообразий	339
§ 22. Калибровочные поля и связности	346
§ 23. Калибровочные поля на многообразиях	353
§ 24. Характеристические классы калибровочных полей	356
§ 25. Геометрия калибровочных полей на многообразии	361
§ 26. Пространства калибровочных полей. Грибовские неоднозначности	363
Задачи	366
ПРИЛОЖЕНИЕ	370
§ 1. Топологические пространства	370
§ 2. Группы	372
§ 3. Отождествление (наглядные примеры)	376
§ 4. Эквивалентность и отождествление	380
§ 5. Представления групп	381
§ 6. Действие группы на пространстве	387
§ 7. Присоединенное представление группы Ли	392
§ 8. Кватернионы	393
ЛИТЕРАТУРНЫЕ УКАЗАНИЯ	395
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	397