

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

А. И. Матвеев



www.e.lanbook.com



**ЭБС
ЛАНЬ**

А. И. МАТВЕЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Учебное пособие

Издание второе, стереотипное



ЛАНЬ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
МОСКВА • КРАСНОДАР
2024

УДК 519.7
ББК 22.18я73

М 33 **Матвеев А. И.** Математические методы системного анализа : учебное пособие для вузов / А. И. Матвеев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 128 с. : ил. — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-8114-6686-3

В первых разделах учебного пособия рассмотрены основы теории множеств, элементы математической логики, теория графов. Основная часть пособия посвящена наиболее эффективным методам оптимизации, основам линейного и нелинейного программирования, динамическому программированию, сетевым методам, элементам теории игр. Для поиска экстремумов функции одной переменной предлагается использовать метод дихотомии, золотого сечения, метод Фибоначчи, а также методы более высокого порядка: Ньютона, касательных и секущих. При поиске экстремумов функции многих переменных рассматриваются метод покоординатного спуска и методы первого порядка: градиентный метод с переменным шагом, метод Ньютона и наискорейшего спуска. Изложен алгоритм решения задач линейного программирования симплекс-методом, также приводится геометрический метод их решения. Для решения задач нелинейного программирования используются геометрический метод и методы Лагранжа и Куна — Таккера. Рассмотрены основы динамического программирования, применение метода обратной прогонки для определения оптимальной траектории. В главе, посвященной основам теории игр, рассмотрены матричные игры, игры со смешанными стратегиями. Приводятся подробные примеры решения вышеизложенных задач, а также задания для самостоятельной работы.

Пособие адресовано студентам вузов, обучающимся по направлениям подготовки: «Информатика и вычислительная техника», «Информационные системы и технологии», «Автоматизация технологических процессов и производств», «Мехатроника и робототехника», «Системный анализ и управление» и другим, где предусмотрен курс математических методов системного анализа.

УДК 519.7
ББК 22.18я73

Рецензент

Г. В. КУПОВЫХ — доктор физико-математических наук, зав. кафедрой высшей математики Института компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета.

Обложка © Издательство «Лань», 2024
П. И. ПОЛЯКОВА © А. И. Матвеев, 2024
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ	7
1.1. Основные определения теории множеств.....	7
1.2. Операции над множествами	8
1.3. Бинарные отношения	10
1.4. Функциональные отношения	13
1.5. Задачи для самостоятельной работы	15
2. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ.....	17
2.1. Введение.....	17
2.2. Логические операции	17
2.3. Булева алгебра	20
2.3.1. Полные системы	20
2.3.2. Дизъюнктивно и конъюнктивно нормальные формы	21
2.4. Задачи для самостоятельной работы	23
3. ГРАФЫ	25
3.1. Основные понятия теории графов	25
3.2. Способы задания графов	26
3.3. Операции над графами	28
3.4. Неориентированные графы, маршруты, цепи, циклы.....	30
3.5. Ориентированные графы	31
3.6. Эйлеров граф	31
4. СЕТИ	33
4.1. Построение сети, выбор кратчайшего пути.....	33
4.2. Алгоритм Дейкстры	33
5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ	40
5.1. Поиск экстремума в случае функции одной переменной.....	42
5.1.1. Методы оптимизации нулевого порядка для функции одной переменной	43
5.1.1а. Метод дихотомии.....	43
5.1.1б. Метод золотого сечения	46
5.1.1в. Метод Фибоначчи	50
5.1.2. Задачи для самостоятельной работы	51

5.1.3. Методы более высокого порядка	52
5.1.3а. Метод касательных	52
5.1.3б. Метод Ньютона	52
5.1.3в. Метод секущих	53
5.1.4. Задачи для самостоятельной работы	54
5.2. Методы многомерной безусловной оптимизации	54
5.2.1. Метод покоординатного спуска	56
5.3. Методы первого порядка при поиске экстремума функций многих переменных	60
5.3.1. Градиентный метод с переменным шагом	60
5.3.2. Метод Ньютона многомерной оптимизации	64
5.3.3. Метод наискорейшего спуска	64
5.3.4. Задачи для самостоятельной работы	68
6. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	69
6.1. Основные понятия линейного программирования	70
6.2. Геометрический метод решения задач линейного программирования	73
6.2.1. Примеры решения задач линейного программирования геометрическим методом	76
6.2.2. Задачи для самостоятельной работы	78
6.3. Симплекс-метод	79
6.3.1. Приведение задачи линейного программирования к канонической форме	79
6.3.2. Алгоритм симплекс-метода	82
6.3.3. Примеры решения задач линейного программирования симплексным методом	85
6.3.4. Задачи для самостоятельной работы	91
6.3.5. Задачи для индивидуального задания	92
7. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	96
7.1. Геометрический метод решения задач нелинейного программирования	96
7.2. Задачи для самостоятельной работы	98
7.3. Задача условной оптимизации с ограничениями-равенствами (задача Лагранжа)	100
7.3.1. Задачи для самостоятельной работы	102

7.4. Основная задача условной оптимизации.	
Метод Куна – Таккера.....	103
7.4.1. Алгоритм решения задачи условной оптимизации методом Куна – Таккера	103
7.4.2. Задачи для самостоятельной работы	105
8. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	106
8.1. Метод обратной прогонки	106
8.2. Алгоритм определения оптимальной траектории с помощью MATLAB.....	108
8.3. Пример решения задачи методом динамического программирования.....	110
9. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР	117
9.1. Матричные игры.....	117
9.1.1. Задачи для самостоятельной работы	121
9.2. Смешанные стратегии.....	121
9.2.1. Задачи для самостоятельной работы	125
ЛИТЕРАТУРА.....	126