

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

А.И. Безруков, О.Н. Алексеенцева

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ИМИТАЦИОННОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



Уважаемый читатель!
Вы держите в руках книгу,
дополнительные материалы которой
доступны Вам **БЕСПЛАТНО**
в электронно-библиотечной системе Znanium.
Специального программного
обеспечения не требуется

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.



А.И. БЕЗРУКОВ
О.Н. АЛЕКСЕНЦЕВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлениям подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»,
38.03.05 «Бизнес-информатика» (квалификация (степень) «бакалавр»)*

znanium
электронно-библиотечная система

Москва
ИНФРА-М
2025

УДК 519.86(075.8)

ББК 65.23я73

Б40

Авторы:

Безруков А.И., кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и информатики Саратовского социально-экономического института (филиала) Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова;

Алексенцева О.Н., кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры информационных систем в экономике Саратовского социально-экономического института (филиала) Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова

Рецензенты:

Климаев Ю.В., доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры технической физики Энгельсского технологического института (филиала) Саратовского технического университета имени Ю.А. Гагарина;

Гусятников В.Н., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Саратовского социально-экономического института (филиала) Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова

Безруков А.И.

Б40

Математическое и имитационное моделирование : учебное пособие / А.И. Безруков, О.Н. Алексенцева. — Москва: ИНФРА-М, 2025. — 227 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/textbook_59006f8ec13df8.73891496.

ISBN 978-5-16-020396-6 (print)

ISBN 978-5-16-103017-2 (online)

В данном учебном пособии упор делается на всю последовательность действий, связанных с применением моделей в экономике, начиная с осознания экономической проблемы и заканчивая интерпретацией и использованием результатов моделирования.

В книге изучаются основные понятия, связанные с моделированием, обсуждаются место моделирования в познавательной и практической деятельности и особенности построения экономико-математических моделей, исследуются основные понятия и простейшие модели теории массового обслуживания. Также пособие знакомит читателя с методом Монте-Карло и основными свойствами последовательностей случайных чисел, с основными понятиями и принципами имитационного моделирования. Кроме того, рассматриваются вопросы планирования эксперимента, оценки точности и достоверности результатов компьютерного моделирования, организации компьютерного эксперимента с использованием инструмента ANOVA.

Учебное пособие соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования последнего поколения.

Книга предназначена для студентов третьего и четвертого курсов, обучающихся по направлениям подготовки «Прикладная информатика» и «Бизнес-информатика».

УДК 519.86(075.8)

ББК 65.23я73

Материалы, отмеченные знаком , доступны в электронно-библиотечной системе Znanium

ISBN 978-5-16-020396-6 (print)
ISBN 978-5-16-103017-2 (online)

© Безруков А.И., Алексенцева О.Н.,
2017

Оглавление

Введение	3
Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ	7
1.1. Пример модели, изменившей мир. Ядерная зима.....	7
1.2. Место моделирования в познании	8
1.3. Понятие модели и моделирования.....	9
1.4. Классификация моделей	11
1.5. Учет времени в математических моделях	12
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>14</i>
Глава 2. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ (ЭММ)	16
2.1. Особенности моделирования экономических объектов.....	16
2.1.1. Экономическая оценка стоимости.....	16
2.1.2. Системный подход.....	17
2.2. Цели построения экономико-математической модели	19
2.2.1. Выявление зависимости между факторами, оценка скрытых факторов.....	19
2.2.2. Прогнозирование.....	20
2.2.3. Планирование.....	21
2.2.4. Анализ.....	22
2.2.5. Оптимизация	23
2.3. Методика построения экономико-математической модели.....	25
2.3.1. Внешние и внутренние факторы	25
2.3.2. Общие требования к экономико-математическим моделям.....	26
2.4. Принципы построения экономико-математических моделей	27
2.5. Последовательность построения экономико-математических моделей.....	30
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>35</i>
Глава 3. ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ	38
3.1. Пример системы массового обслуживания. Телефонная станция	39
3.2. Модель системы массового обслуживания	40
3.3. Пуассоновский поток событий.....	40
3.3.1. Поток обслуживания.....	42
3.4. Резервирование устройств.....	42
3.4.1. Интенсивности переходов.....	43
3.4.2. Система уравнений Колмогорова	44
3.5. Многоканальное устройство обслуживания. Задача Эрланга	48
3.5.1. Пример применения формулы Эрланга.....	51
3.6. Устройство обслуживания с очередью.....	52
3.6.1. Система массового обслуживания с неограниченной очередью	55
3.6.2. Пример системы массового обслуживания с очередью.....	55
3.6.3. Система с непуассоновским потоком обслуживания.....	57
3.7. Область применения теории массового обслуживания	58
3.7.1. Имитационное моделирование	59
3.7.2. Проблемы изучения нового объекта новым методом.....	60
3.7.3. Задачи, решаемые имитационным моделированием.....	61
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>62</i>

Глава 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ.....	64
4.1. Метод Монте-Карло.....	64
4.1.1. Вычисление интегралов методом Монте-Карло	65
4.2. Генерация последовательностей случайных чисел.....	68
4.2.1. Способы генерации последовательности случайных чисел.....	69
4.3. Проверка качества последовательности	71
4.3.1. Оценка статистических характеристик последовательности.....	71
4.3.2. Проверка гипотезы о виде распределения	71
4.3.3. Проверка отсутствия автокорреляций между значениями элементов последовательности.....	73
4.4. Генерация псевдослучайных чисел с заданным законом распределения.....	75
4.4.1. Биноминальное распределение	75
4.4.2. Непрерывное распределение с заданной плотностью вероятности.....	76
4.4.3. Распределение Пуассона.....	76
4.4.4. Экспоненциальное распределение.....	79
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>79</i>
Глава 5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	81
5.1. Основные понятия имитационного моделирования	81
5.1.1. Объектно-ориентированный подход в программировании	81
5.1.2. Расширение понятия «заявка». Транзакт.....	84
5.1.3. Моделирование устройства обслуживания	85
5.1.4. Очереди	85
5.1.5. Управление моделируемым объектом.....	86
5.1.6. Генерация последовательности случайных событий	87
5.1.7. Средства наблюдения за состоянием модели	88
5.1.8. Автоматизация вычислительного эксперимента	88
5.2. Использование имитационных моделей.....	89
5.3. Обзор систем имитационного моделирования.....	92
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>100</i>
Глава 6. СИСТЕМА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ GPSS WORLD	102
6.1. Моделирование времени в GPSS World	102
6.2. Объектная модель GPSS World.....	103
6.3. Основные операторы GPSS World	105
6.3.1. Блок генерации транзактов GENERATE.....	105
6.3.2. Элементы, отображающие одноканальные обслуживающие устройства.....	109
6.3.3. Организация очереди. Блоки QUEUE, DEPART	111
6.3.4. Наблюдение за очередью. Оператор QTABLE	113
6.4. Как называть объекты и метки.....	114
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>115</i>
Глава 7. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В GPSS WORLD.....	117
7.1. Моделирование одноканального устройства обслуживания.....	117
7.1.1. Постановка задачи.....	117
7.2. Визуализация процесса функционирования системы	131

7.3. Моделирование многоканальных устройств.....	134
7.3.1. Магазин самообслуживания (Supermarket).....	137
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	137
Глава 8. ПЕРЕМЕННЫЕ И ФУНКЦИИ.....	139
8.1. Числовые переменные.....	140
8.2. Функции.....	148
8.2.1. Использование функций для генерации случайной последовательности с заданным распределением.....	150
8.3. Моделирование случайных последовательностей с неравномерным распределением.....	152
8.3.1. Моделирование пуассоновского потока транзактов.....	152
8.3.2. Сравнение моделей теории массового обслуживания и имитационного моделирования.....	153
8.3.3. Моделирование потока случайных событий по экспериментальным данным.....	156
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	157
Глава 9. УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОМ ТРАНЗАКТОВ	159
9.1. Блок TRANSFER.....	159
9.1.1. Режим безусловной передачи.....	159
9.1.2. Статистический режим.....	159
9.1.3. Режим VOTN.....	160
9.2. Замкнутые модели.....	161
9.2.1. Горнолыжный подъемник.....	161
9.2.2. Задача «Об обжиге в печи».....	165
9.2.3. Переключающие функции.....	169
9.3. Управление потоком транзактов по условию. Блок TEST.....	169
9.4. Использование переменных и параметров транзактов.....	171
9.4.1. Изменение параметров транзактов в процессе их обработки.....	171
9.5. Оператор цикла.....	176
9.6. Использование блоков LOGIC и GATE.....	178
9.6.1. Модель железнодорожного переезда.....	180
9.6.2. Выезд на главную дорогу.....	182
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	185
Глава 10. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА	186
10.1. Проезд перекрестка.....	187
10.2. Полнофакторный эксперимент.....	190
10.2.1. Рандомизация.....	190
10.2.2. Латинский квадрат.....	192
10.2.3. Методы сокращения размерности задачи.....	193
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	195
Глава 11. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ	196
11.1. Дисперсионный анализ.....	196
11.2. Критерий Фишера.....	198
11.3. Определение числа прогонов для каждой комбинации факторов.....	201
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	201

Глава 12. АВТОМАТИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ	202
12.1. Инструмент ANOVA	203
12.2. Оценка влияния факторов на поведение модели.....	204
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>206</i>
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	208
Приложение 1. Метод математической индукции.....	208
Приложение 2. Элементы комбинаторики	210
Приложение 3. Предельные теоремы теории вероятности	212
Приложение 4. Проверка гипотезы о наличии зависимости между факторами.....	214
Заключение.....	216
Список использованной литературы	218
Список рекомендуемой литературы	222