

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Е. А. ШЛЯХОВА  
А. М. ПИТЕРСКИЙ

 «Инфра-Инженерия»

**Е. А. Шляхова, А. М. Питерский**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА**

Учебное пособие

Москва Вологда  
«Инфра-Инженерия»  
2025

УДК 519.242  
ББК 22.17  
Ш70

Рецензент:

канд. техн. наук, доцент ВАК, доцент кафедры гидротехнического  
строительства НИМИ ФГБОУ ВО «Донской ГАУ»

*Скляренко Елена Олеговна*

**Шляхова, Е. А.**

**Ш70** Математическое моделирование и планирование эксперимента : учебное пособие / Е. А. Шляхова, А. М. Питерский. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. – 156 с. : ил., табл.  
ISBN 978-5-9729-2555-1

Рассмотрены основные идеи и методология математического моделирования и планирования эксперимента. Показаны широкие возможности и существенное преимущество применения методов планирования эксперимента по сравнению с традиционными подходами к изучению объектов. Основы теории планирования эксперимента изложены в рецептурном плане, для того, чтобы ими можно было пользоваться уже на стадии изучения излагаемого материала. Освещаемые в пособии методы иллюстрированы многочисленными примерами решения разнообразных исследовательских задач, выполненных с участием авторов.

Для магистров, аспирантов и научных работников, выполняющих экспериментальные исследования в различных областях науки и техники, а также специалистов предприятий, заинтересованных в оптимизации технологии и повышении качества выпускаемой продукции.

УДК 519.242  
ББК 22.17

ISBN 978-5-9729-2555-1

© Шляхова Е. А., Питерский А. М., 2025

© Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ВВЕДЕНИЕ .....                                                                          | 5   |
| 1. ИСТОРИЯ ТЕОРИИ ЭКСПЕРИМЕНТА .....                                                    | 7   |
| 1.1. От практики к эксперименту .....                                                   | 7   |
| 1.2. Развитие моделирования .....                                                       | 14  |
| 2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО<br>МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ..... | 19  |
| 2.1. Кибернетический подход к моделированию .....                                       | 19  |
| 2.2. Общие принципы математического планирования эксперимента .....                     | 23  |
| 2.3. Выбор отклика .....                                                                | 27  |
| 2.4. Требования к факторам .....                                                        | 31  |
| 2.5. Выбор типа математической модели .....                                             | 34  |
| 3. ПЛАНИРОВАНИЕ ФАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ .....                                           | 38  |
| 3.1. Начальный пример .....                                                             | 38  |
| 3.2. Принятие решений перед планированием эксперимента .....                            | 41  |
| 3.2.1. Формулирование цели исследования .....                                           | 42  |
| 3.2.2. Выбор факторов .....                                                             | 43  |
| 3.2.3. Выбор схемы планирования эксперимента .....                                      | 46  |
| 3.3. Полный факторный эксперимент .....                                                 | 48  |
| 3.3.1. Факторное пространство .....                                                     | 48  |
| 3.3.2. Кодирование факторов .....                                                       | 50  |
| 3.3.3. Планы полного факторного эксперимента .....                                      | 53  |
| 3.3.4. Линейные математические модели .....                                             | 55  |
| 3.4. Дробный факторный эксперимент .....                                                | 58  |
| 3.4.1. Дробные реплики .....                                                            | 58  |
| 3.4.2. Применение планов дробных реплик .....                                           | 61  |
| 4. РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА .....                                                  | 63  |
| 4.1. Учет ошибок эксперимента .....                                                     | 63  |
| 4.2. Проверка статистических гипотез .....                                              | 67  |
| 4.3. Обработка результатов эксперимента .....                                           | 75  |
| 4.4. Регрессионный анализ .....                                                         | 83  |
| 4.5. Принятие решений по линейной модели .....                                          | 91  |
| 5. КРУТОЕ ВОСХОЖДЕНИЕ ПО ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА .....                                      | 95  |
| 5.1. Постановка задачи поиска экстремума .....                                          | 95  |
| 5.2. Линейная аппроксимация поверхности отклика .....                                   | 96  |
| 5.3. Движение по градиенту .....                                                        | 98  |
| 6. ИЗУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА .....                                        | 106 |
| 6.1. Принятие решений после крутого восхождения .....                                   | 106 |
| 6.2. Выбор плана второго порядка .....                                                  | 107 |
| 6.3. Графическое отображение поверхности отклика .....                                  | 109 |

|                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.4. Моделирование области оптимума .....                                                   | 113 |
| 6.5. Интерпретация модели .....                                                             | 117 |
| 7. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ<br>КВАДРАТИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ .....                         | 123 |
| 7.1. Применение двухфакторного плана для построения номограммы .....                        | 123 |
| 7.2. Применение плана на шестиугольнике для оптимизации<br>состава добавки в бетон .....    | 127 |
| 7.3. Планирование последовательного многофакторного эксперимента .....                      | 132 |
| 7.4. Применение трехфакторного плана оптимизации работы<br>рыбопропускного сооружения ..... | 140 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....                                                                            | 147 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....                                                                     | 149 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ А .....                                                                          | 150 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б .....                                                                          | 151 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ В .....                                                                          | 152 |