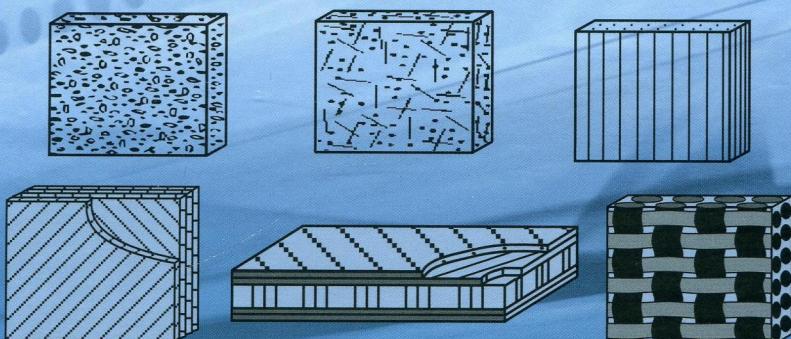




В.Н. МАКСИМЕНКО, И.П. ОЛЕГИН,  
Н.В. ПУСТОВОЙ

МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ  
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ  
ИЗ КОМПОЗИТОВ



**В. Н. МАКСИМЕНКО, И. П. ОЛЕГИН,  
Н. В. ПУСТОВОЙ**

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ  
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ  
ИЗ КОМПОЗИТОВ**



**НОВОСИБИРСК  
2015**

УДК 620.22-419.8(075.8)  
М 171

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук *С.Н. Коробейников*  
д-р техн. наук *Б.С. Резников*

**Максименко В.Н.**

М 171 Методы расчета на прочность и жесткость элементов конструкций из композитов : учебник / В.Н. Максименко, И.П. Олегин, Н.В. Пустовой. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2015. – 424 с. (Серия «Учебники НГТУ»).

ISBN 978-5-7782-2825-2

Предложен комплексный подход к расчету конструкций из многослойных композитов, который выражается в органичном соединении методов расчета напряженно-деформированного состояния изделий из композитов рассматриваемого типа, начального и полного разрушения и оптимального их проектирования. Основными видами рассматриваемых композитов являются тонкие многослойные пластины и трехслойные балки с легким заполнителем.

УДК 620.22-419.8(075.8)

ISBN 978-5-7782-2825-2

© Максименко В.Н., Олегин И.П.,  
Пустовой Н.В., 2015  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Принятые сокращения.....	5
Предисловие.....	6
Введение.....	9
<b>Глава 1. Анизотропия конструкционных материалов .....</b>	<b>17</b>
1.1. Основные задачи механики композитов .....	17
1.2. Обобщенный закон Гука .....	18
1.2.1. Системы обозначений компонент напряжений и деформаций .....	19
1.2.2. Обобщенный закон Гука в технических постоянных .....	20
1.2.3. Обобщенный закон Гука в тензорной форме.....	23
1.3. Основные виды упругой симметрии материала .....	31
1.4. Преобразование упругих постоянных при переходе к новой системе координат .....	36
1.5. Закон Гука в случае обобщенного плоского напряженного состояния.....	39
1.6. Влияние температуры на ортотропную пластину .....	46
1.7. Зависимости между упругими постоянными.....	47
1.8. Особенности геометрии деформаций в анизотропных телах.....	51
Контрольные вопросы и задания .....	60
<b>Глава 2. Основные соотношения теории многослойных пластин .....</b>	<b>61</b>
2.1. Расчетная модель многослойной пластины .....	61
2.2. Однонаправленные материалы.....	63
2.2.1 Эффективные модули однонаправленного слоя.....	65
2.2.2. Ограничение на величину коэффициента армирования $\Psi$ .....	74
2.2.3. Диаграммы растяжения однонаправленного композитного материала .....	76
2.3. Изгиб тонкого слоя многослойной пластины .....	80



2.4. Основные соотношения теории растяжения и изгиба многослойных пластин.....	81
2.5. Зависимость характера деформирования слоистой пластины от ее структуры .....	85
2.6. Определение эффективных механических характеристик многослойной пластины при плоском напряженном состоянии .....	90
2.7. Код ориентации волокон в многослойных композитах .....	96
Контрольные вопросы и задания .....	98
<b>Глава 3. Критерии разрушения композитных материалов.....</b>	<b>99</b>
3.1. Особенности деформирования и разрушения однонаправленного монослоя.....	99
3.2. Критерии разрушения изотропных материалов .....	103
3.3. Критерии разрушения композитных материалов .....	106
3.4. Анализ прочности слоистых композитов при плоском однородном напряженном состоянии.....	119
3.5. Построение предельных поверхностей прочности.....	121
Контрольные вопросы и задания .....	129
<b>Глава 4. Применение теории функций комплексного переменного к оценке прочности пластин из слоистых композитных материалов с концентраторами напряжений.....</b>	<b>131</b>
4.1. Плоское напряженное состояние в анизотропных пластинах с концентраторами напряжений.....	132
4.1.1. Постановка краевой задачи и типы граничных условий.....	132
4.1.2. Зависимость корней характеристического уравнения от упругих постоянных ортотропного материала .....	141
4.1.3. Определение напряженного состояния в бесконечной анизотропной пластине с эллиптическим отверстием .....	144
4.1.4. Определение напряжений у вершины трещины в бесконечной пластине .....	154
4.2. Приложение метода сингулярных интегральных уравнений к решению задачи об определении напряженно- деформированного состояния анизотропной полуплоскости с вырезами произвольной формы.....	159
4.2.1. Постановка задачи .....	159
4.2.2. Общее представление решения .....	160



---

4.2.3. Разрешающая система интегральных уравнений задачи .....	161
4.2.4. Алгоритм численного решения системы интегральных уравнений задачи .....	163
4.2.5. Примеры расчетов. Сходимость численного решения.....	164
4.3. Послойный анализ напряжений в пластине.....	173
4.4. Метод расчета поверхности прочности многослойных анизотропных пластин с отверстиями при многопараметрическом внешнем воздействии.....	180
4.5. Применение метода сингулярных интегральных уравнений к задачам изгиба пластин.....	190
Контрольные вопросы и задания .....	204
<b>Глава 5. Прочность волокнистых композитов с концентраторами напряжений.....</b>	<b>205</b>
5.1. Особенности разрушения композиционных материалов при наличии трещин.....	205
5.2. Межслойное разрушение композитов .....	209
5.3. Температурные напряжения .....	210
5.4. Биматериал .....	211
5.5. Пересечение склейки и ее расщепление.....	215
5.6. Прочность волокнистых композитов.....	217
5.7. Особенности расчетной схемы волокнистых композитов.....	218
5.8. Модели линейной механики разрушения.....	221
5.9. Произвольно ориентированные макродефекты в пластинах.....	223
5.10. Модели механики разрушения, основанные на концепции «характеристического» размера.....	231
5.11. Унифицированная модель критической деформации.....	233
5.12. Масштабный эффект для отверстий в композите.....	234
5.13. Модель фиктивной трещины для оценки прочности слоистого композита с отверстием .....	237
5.13.1. Линейная модель .....	237
5.13.2. Фиктивная трещина с зоной сцепления.....	243
5.13.3. Применение метода сечений .....	243
5.14. Параметрические модели оценки прочности композитных элементов с вырезами.....	246



---

5.14.1. Круговые отверстия.....	246
5.14.2. Эллиптические отверстия. Обобщения .....	255
5.15. Разрушение стохастически наполненных и природных композиционных материалов .....	260
5.15.1. Экспериментальные результаты .....	262
5.15.2. Выбор критерия разрушения в зависимости от длины дефекта...	264
5.15.3. Трециностойкость природных композитов.....	266
5.16. Разрушение полимерных волокнистых композитов .....	274
5.16.1. Основные сведения.....	274
5.16.2. Вязкость разрушения.....	279
5.16.3. Некоторые особенности моделирования разрушения композитов .....	283
5.16.4. Модель роста трещины в композите.....	286
5.17. Отслаивание и выпучивание в многослойных композитах .....	292
5.17.1. Общие сведения .....	292
5.17.2. Модель разрушения волокнистого композита.....	296
5.17.3. Отслоения в слоистых композиционных материалах .....	299
Контрольные вопросы и задания .....	304
<b>Глава 6. Оптимальное проектирование слоистых композитных пластин.....</b>	<b>305</b>
6.1. Постановка задачи, основные допущения, критерии прочности.....	305
6.2. Алгоритм оптимизации, основанный на методе проектируемых градиентов. Примеры расчетов .....	308
6.3. Алгоритм оптимизации, основанный на методе координатного спуска. Примеры расчетов .....	322
6.4. Оптимизация слоистой композитной панели при действии изгибающих нагрузок.....	326
Контрольные вопросы и задания .....	333
<b>Глава 7. Поперечный изгиб трехслойных балок .....</b>	<b>335</b>
7.1. Основные соотношения. Уравнения изгиба трехслойной балки с легким заполнителем .....	336
7.2. Граничные условия.....	348
7.3. Составляющие прогиба балки при изгибе и сдвиге .....	351



---

7.4. Представление уравнений через разрешающую функцию.....	358
7.5. Уравнения изгиба балки при учете моментной работы внешних слоев.....	367
7.6. Граничные условия. Пример расчета.....	377
7.7. Еще одна форма представления уравнений изгиба балки с моментными внешними слоями .....	386
7.8. Формулы для расчета трехслойных балок при поперечном изгибе ....	389
7.9. Влияние характера крепления краев на величину перемещений и напряжений .....	401
7.10. Уравнения изгиба трехслойной балки с жестким заполнителем .....	404
Контрольные вопросы и задания .....	415
Библиографический список.....	416