

НАУЧНАЯ МЫСЛЬ



ФИНАНСОВЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Л.К. Орлик, Г.С. Жукова

ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ
УСТОЙЧИВОСТИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ





НАУЧНАЯ МЫСЛЬ
СЕРИЯ ОСНОВАНА в 2008 году



Л.К. ОРЛИК
Г.С. ЖУКОВА

ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

МОНОГРАФИЯ



Москва
ИНФРА-М
2020

УДК 517.9(075.4)

ББК 22.161.6

O66

Р е ц е н з ен ты:

Нефедов Н.Н., доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;

Самохин В.Н., доктор физико-математических наук, профессор Московского политехнического университета

Орлик Л.К.

O66 Операторные уравнения и смежные вопросы устойчивости дифференциальных уравнений : монография / Л.К. Орлик, Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 296 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/1061676.

ISBN 978-5-16-015846-4 (print)

ISBN 978-5-16-108599-8 (online)

Монография посвящена приложению методов функционального анализа к вопросам качественной теории дифференциальных уравнений. Изложен алгоритм приведения дифференциальной краевой задачи к операторному уравнению. Выполнено исследование решений операторных уравнений специального вида в пространствах, полуупорядоченных при помощи конуса, где ограниченность элементов этих пространств понимается как сравнимость их с определенным фиксированным масштабным элементом экспоненциального типа. Найдены представления решений операторных уравнений в виде контурных интегралов, доказаны теоремы существования и единственности таких решений. Получены спектральные критерии ограниченности решений операторных уравнений и, как следствие, достаточные спектральные признаки ограниченности решений дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений в банаховом пространстве. Результаты, полученные для операторных уравнений с операторами и произведением вольтерровых операторов, позволили распространить на некоторые системы уравнений в частных производных известные спектральные критерии устойчивости решений по А.М. Ляпунову, а также обобщить теоремы об экспоненциальной характеристике.

Результаты монографии могут быть полезны при изучении линейных механических и электрических систем, в задачах дифракции электромагнитных волн, в вопросах теории автоматического управления и др.

Предназначена для научных работников, аспирантов, студентов, изучающих функциональный анализ и его приложения к операторным и дифференциальным уравнениям.

УДК 517.9(075.4)

ББК 22.161.6

ISBN 978-5-16-015846-4 (print)

ISBN 978-5-16-108599-8 (online)

© Орлик Л.К., Жукова Г.С.,

2020

Оглавление

<i>Введение.</i>	5
Глава 1. Линейные операторы в линейных полуупорядоченных пространствах: аксиоматика и свойства.....	16
§ 1.1. Аксиоматика и примеры линейных полуупорядоченных пространств. Конусы.....	16
§ 1.2. Элемент-функции комплексного переменного.....	24
§ 1.3. Оператор-функции комплексного переменного.....	35
§ 1.4. Некоторые типы линейных операторов и их резольвенты.....	40
1.4.1. Ядро конуса. Линейный оператор, ограниченный относительно данного ядра.....	45
1.4.2. Монотонный вольтерров оператор.....	50
Глава 2. Операторные уравнения и эквивалентные дифференциальные уравнения.....	51
§ 2.1. Теоремы существования и единственности для простейшего операторного уравнения с одним оператором.....	54
§ 2.2. Решение простейшего линейного операторного уравнения. Вывод основной формулы.....	56
§ 2.3. Операторное уравнение с ограниченной правой частью. Критерий ограниченности решений.....	59
§ 2.4. Обыкновенные линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Критерий ограниченности решений.....	68
§ 2.5. Обыкновенное дифференциальное уравнение с оператором, слабо варьирующим на бесконечности.....	78
§ 2.6. Линейное дифференциальное уравнение с постоянным запаздыванием аргумента в банаховом пространстве.....	86
§ 2.7. Линейное дифференциальное уравнение с переменным оператором и постоянным запаздыванием аргумента.....	105
§ 2.8. Линейное дифференциальное уравнение с переменным оператором и переменным запаздыванием аргумента.....	123
§ 2.9. Экспоненциальная характеристика линейного дифференциально-разностного уравнения первого порядка запаздывающего типа.....	151

Глава 3. Операторные уравнения и эквивалентные гиперболические системы.....	168
§ 3.1. Теорема существования и единственности для уравнения с N операторами.....	170
§ 3.2. Линейное уравнение с N операторами. Основная формула для решения.....	172
§ 3.3. Критерий ограниченности решений линейного уравнения с N операторами.....	179
§ 3.4. Интегральная формула и критерий ограниченности решений уравнения с N попарно перестановочными операторами.....	184
§ 3.5. Простейшее операторное уравнение с произведением вольтерровых операторов.....	193
§ 3.6. Операторное уравнение общего вида. Критерий ограниченности решений.....	199
§ 3.7. Простейшая гиперболическая система с N независимыми переменными.....	206
§ 3.8. Гиперболическая система второго порядка с попарно перестановочными операторами.....	226
Глава 4. Экспоненциальная характеристика некоторых гиперболических систем.....	236
§ 4.1. Две леммы.....	237
§ 4.2. Экспоненциальная характеристика двучленного гиперболического уравнения второго порядка со стационарным оператором.....	243
§ 4.3. Экспоненциальная характеристика двучленного гиперболического уравнения порядка N со стационарным оператором.....	257
§ 4.4. О порядке экспоненциального роста решений полного линейного уравнения гиперболического типа второго порядка.....	268
<i>Исторические и библиографические замечания.....</i>	277
<i>Библиографический список.....</i>	286