

А. Б. СОРОКИН

ОПТИМИЗАЦИЯ В РАСЧЕТАХ



«Инфра-Инженерия»

А. Б. СОРОКИН

ОПТИМИЗАЦИЯ В РАСЧЕТАХ

Учебное пособие

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2025

УДК 004.8
ББК 32.813
С65

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой вычислительной техники
Института информационных технологий МИРЭА – Российский технологический
университет *Платонова Ольга Владимировна*;
доктор технических наук, доцент, руководитель научно-методического центра
АО «Концерн «Моринсис-Агат» *Андреева Ольга Николаевна*

Сорокин, А. Б.

С65 Оптимизация в расчетах : учебное пособие / А. Б. Сорокин. – Москва ;
Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. – 224 с. : ил., табл.
ISBN 978-5-9729-2519-3

Содержит в теоретической части описание методов и алгоритмов оптимизации, а в практической – примеры их расчетов. Рассматриваются теории и примеры расчетов: многокритериальной оптимизации, линейного программирования, безусловной и стохастической оптимизации. Также обсуждаются вопросы применения оптимизационных алгоритмов в теории игр и в технологиях искусственных нейронных сетей.

Для студентов начальных курсов, изучающих дисциплины: «Теория принятия решений», «Исследование операций», «Теория игр» и «Искусственный интеллект».

УДК 004.8
ББК 32.813

ISBN 978-5-9729-2519-3

© Сорокин А. Б., 2025
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2025
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1. Многокритериальная оптимизация.....	8
1.1. Парето-оптимальное множество и способы его сужения	9
1.1.1. Отношение доминирования по Парето	9
1.1.2. Множество Парето	11
1.1.3. Сужение множества Парето	13
1.2. Метод ELECTRE.....	15
1.2.1. Общая схема метода ELECTRE	15
1.2.2. Использование метода ELECTRE	18
1.3. Метод анализа иерархий.....	23
1.3.1. Общая схема метода анализа иерархий	23
1.3.2. Использование метода анализа иерархий.....	28
1.4. Оптимальность по Парето в бескоалиционных играх	33
1.4.1. Пример бескоалиционной игры	34
1.4.2. Ситуации равновесия по Нэшу.....	35
1.4.3. Оптимальные по Парето ситуации игры	37
Глава 2. Линейное программирование.....	40
2.1. Основные понятия линейного программирования	40
2.1.1. Сущность линейного программирования	40
2.1.2. Общая постановка задачи линейного программирования	41
2.1.3. Построение математической модели	42
2.1.4. Понятие выпуклого множества	45
2.2. Решение задачи линейного программирования с помощью графического метода.....	47
2.2.1. Стандартная форма задачи линейного программирования	47
2.2.2. Рекомендации по построению модели в стандартной форме	48
2.2.3. Решение задач с двумя переменными графическим методом.....	49
2.2.4. Графический анализ чувствительности оптимального решения	54
2.3. Симплексный метод решения задачи линейного программирования	58
2.3.1. Каноническая форма.....	59
2.3.2. Сущность симплексного метода.....	60
2.3.3. Алгоритм симплексного метода.....	62
2.3.4. Решение задач линейного программирования симплексным методом.....	63
2.4. Двойственность задачи линейного программирования	68
2.4.1. Сущность прямой и двойственной задачи линейного программирования	68
2.4.2. Сущность прямой и двойственной задачи.....	69
2.4.3. Первая теорема двойственности.....	71
2.4.4. Вторая теорема двойственности.....	75
2.4.5. Третья теорема двойственности	78
2.5. Методы решения транспортных задач	81
2.5.1. Постановка транспортной задачи.....	82
2.5.2. Методы нахождения начального опорного решения	83

2.5.3. Метод потенциалов.....	85
2.5.4. Задачи с нарушенным балансом	90
2.6. Принятие решений в матричных играх.....	94
2.6.1. Сущность матричной игры.....	94
2.6.2. Ситуации равновесия в матричной игре.....	95
2.6.3. Смешанные стратегии	97
2.6.4. Решение матричных игр	98
Глава 3. Безусловная оптимизация	101
3.1. Методы нулевого порядка	101
3.1.1. Симплексный метод.....	102
3.1.2. Метод Нелдера – Мида.....	110
3.1.3. Метод Хука – Дживса	119
3.2. Методы первого порядка	126
3.2.1. Метод градиентного спуска с постоянным шагом	126
3.2.2. Метод наискорейшего градиентного спуска.....	132
3.2.3. Метод покоординатного спуска	135
3.2.4. Метод Флетчера – Ривса.....	138
3.3. Методы второго порядка	141
3.3.1. Метод Ньютона	141
3.3.2. Метод Ньютона – Рафсона.....	143
3.4. Применение градиентных методов в искусственных нейронных сетях.....	146
3.4.1. Математический нейрон.....	146
3.4.2. Многослойный перцептрон.....	152
3.4.3. Алгоритм обратного распространения ошибки	155
3.4.4. Проблемы оптимизации нейронных сетей	161
Глава 4. Стохастическая оптимизация	165
4.1. Генетический алгоритм.....	165
4.1.1. Общая схема работы генетического алгоритма	166
4.1.2. Операторы генетического алгоритма.....	169
4.1.3. Примеры работы генетического алгоритма	176
4.1.4. Настройка параметров генетического алгоритма	182
4.2. Роевой интеллект	184
4.2.1. Алгоритм роя частиц	184
4.2.2. Муравьиный алгоритм.....	192
4.2.3. Алгоритм пчелиной колонии	198
4.3. Метод имитации отжига	202
4.3.1. Алгоритм имитации отжига.....	203
4.3.2. Пример работы алгоритма имитации отжига.....	206
Приложение А. Расчет индекса согласия.....	210
Приложение Б. Расчет важности приоритетов	213
Список литературы	222