

К. С. Щербань



ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

К. С. Щербань

ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Учебное пособие

*Рекомендовано ученым советом Московского физико-технического института
(национального исследовательского университета) в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений под грифом
УМО по УГСН «Физика и астрономия» УМС по направлению
«Прикладные математика и физика»*

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2022

УДК 620.17

ББК 30.121+34.41

Щ61

Рецензенты:

НТС ЦАГИ по прочности;
доктор технических наук, профессор Московского
физико-технического института *В. М. Чижов*

Щербань, К. С.

Щ61 Основы прочности авиационных конструкций : учебное пособие /
К. С. Щербань. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. – 516 с. :
ил., табл.

ISBN 978-5-9729-1014-4

Изложены теоретические основы сопротивления материалов и вопросы
прочности авиационных конструкций как при статическом, так и при цикличес-
ком нагружении. Рассмотрены упругие колебания стержневых систем и крите-
рии прочности. Приведены расчеты сопротивления усталости и расчеты длитель-
ности развития усталостной трещины.

Для студентов и аспирантов авиационных специальностей, а также для инже-
неров, занятых расчетами и проектированием элементов конструкции лета-
тельных аппаратов.

УДК 620.17

ББК 30.121+34.41

ISBN 978-5-9729-1014-4

© Щербань К. С., 2022

© Издательство «Инфра-Инженерия», 2022

© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ОГЛАВЛЕНИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	11
ГЛАВА 1. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ – НАУКА ОБ ОСНОВАХ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ.....	11
ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ДОПУЩЕНИЯ.....	12
В.1. Понятие о расчётной схеме	12
В.2. Формы тел, рассматриваемые в сопротивлении материалов.....	13
В.3. Классификация внешних сил.....	15
В.4. Опорные устройства и их реакции	17
В.5. Основные допущения о свойствах материалов и допущения, связанные с характером деформаций	17
РАЗДЕЛ 1. ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ В ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЯХ	
БРУСА	21
ГЛАВА 1.1. МЕТОД СЕЧЕНИЙ.....	21
Внутренние силовые факторы	24
ГЛАВА 1.2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ.	
НОРМАЛЬНЫЕ СИЛЫ	27
1.2.1. Нормальные усилия в стержнях стержневой системы	27
Нормальные усилия в стержнях статически определимой системы	28
Нормальные усилия в стержнях статически неопределенной стержневой системы	36
Температурные усилия в стержнях статически неопределенной стержневой системы	41
1.2.2. Центральное растяжение и сжатие ступенчатого бруса	45
Нормальные усилия, возникающие при растяжении и сжатии статически определенного ступенчатого бруса	46
Нормальные усилия, возникающие при растяжении и сжатии статически неопределенного ступенчатого бруса	48
Эпюры нормальных сил при растяжении и сжатии ступенчатого бруса	50
ГЛАВА 1.3. КРУЧЕНИЕ. КРУТИЯЩИЕ МОМЕНТЫ	53
1.3.1. Крутящие моменты, возникающие при кручении статически определимого брока	53
1.3.2. Крутящие моменты, возникающие при кручении статически неопределенного бруса	55
1.3.3. Построение эпюр крутящих моментов	57
ГЛАВА 1.4. ПЛОСКИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ БАЛОК. ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИЕ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩИЕ МОМЕНТЫ	60
1.4.1. Перерезывающие силы и изгибающие моменты	61
1.4.2. Дифференциальные зависимости при изгибе бруса	63
1.4.3. Построение эпюр изгибающих моментов и перерезывающих сил	64
РАЗДЕЛ 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ.....	77
ГЛАВА 2.1. СТАТИЧЕСКИЕ МОМЕНТЫ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ.....	77

ГЛАВА 2.2. ОСЕВЫЕ, ЦЕНТРОБЕЖНЫЙ И ПОЛЯРНЫЙ МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ.....	81
2.2.1. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей	82
2.2.2. Изменение моментов инерции при повороте осей координат.....	83
2.2.3. Главные оси и главные моменты инерции. Круг инерции Мора	84
2.2.4. Моменты инерции простейших фигур	86
2.2.5. Моменты инерции составных сечений.....	91
РАЗДЕЛ 3. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ	100
ГЛАВА 3.1. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ТОЧКЕ	103
3.1.1. Закон парности касательных напряжений.....	103
3.1.2. Обобщённый закон Гука	104
3.1.3. Главные напряжения и главные площадки	106
3.1.4. Определение компонент напряжений на наклонной площадке. Круговая диаграмма Мора.....	107
3.1.5. Определение главных напряжений и угла наклона главных площадок	110
3.1.6. Определение компонентов напряжений на площадке общего положения	111
3.1.7. Потенциальная энергия деформации	115
ГЛАВА 3.2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ	118
Историческая справка.....	118
3.2.1. Напряжения в поперечных сечениях бруса.....	119
3.2.2. Перемещения поперечных сечений бруса.....	123
3.2.3. Эпюры нормальных напряжений, деформаций и перемещений при растяжении и сжатии ступенчатого бруса	124
ГЛАВА 3.3. СДВИГ И СРЕЗ	129
3.3.1. Чистый сдвиг	130
Связь между упругими константами материала E , G , и μ при чистом сдвиге.....	133
3.3.2. Касательное напряжение при срезе	134
ГЛАВА 3.4. КРУЧЕНИЕ	135
Историческая справка.....	135
3.4.1. Кручение бруса круглого и кольцевого поперечных сечений.....	136
Касательные напряжения в поперечных сечениях бруса	137
Угол поворота поперечного сечения бруса	140
Напряжения в различно ориентированных сечениях и характер разрушения при кручении бруса круглого сечения	144
3.4.2. Кручение бруса замкнутого тонкостенного сечения.....	145
Касательные напряжения в поперечных сечениях бруса.	
Формула Бредта	146
Угол закручивания поперечного сечения бруса	148
3.4.3. Кручение бруса многосвязного тонкостенного профиля	151
3.4.4. Кручение бруса прямоугольного сечения	152
3.4.5. Кручение бруса тонкостенного открытого профиля	154
3.4.6. Кручение бруса незамкнутого криволинейного профиля переменной толщины	157
3.4.7. Кручение бруса незамкнутого тонкостенного поперечного сечения, состоящего из нескольких участков различной толщины	158

3.4.8. Эпюры касательных напряжений, относительных и абсолютных углов закручивания.....	160
ГЛАВА 3.5. ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ БРУСА	165
Историческая справка.....	165
3.5.1. Нормальные напряжения при чистом изгибе бруса	171
3.5.2. Нормальные и касательные напряжения при поперечном изгибе бруса. Формула Журавского.....	176
3.5.3. Анализ напряжённого состояния при поперечном изгибе бруса	181
3.5.4. Нормальные и касательные напряжения при поперечном изгибе балок тонкостенного профиля	182
3.5.5. Центр изгиба балки несимметричного тонкостенного профиля	185
3.5.6. Дифференциальное уравнение упругой линии при поперечном изгибе	194
3.5.7. Энергетический метод определения перемещений Максвелла-Мора.....	197
3.5.8. Графоаналитический метод определения прогиба балки методом Верещагина.....	201
3.5.9. Расслоение эпюр.....	205
ГЛАВА 3.6. КОСОЙ ИЗГИБ ПРЯМОГО БРУСА.....	209
3.6.1. Напряжения относительно главных центральных осей сечения.....	210
3.6.2. Напряжения относительно произвольной взаимно перпендикулярной пары центральных осей сечения.....	210
ГЛАВА 3.7. КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ	222
3.7.1. Концентрация напряжений круглого отверстия.....	222
3.7.2. Концентрация напряжений эллиптического отверстия.....	227
3.7.3. Концентрация напряжений прямоугольного выреза со скруглёнными углами	229
ГЛАВА 3.8. КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ.....	231
РАЗДЕЛ 4. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ	234
ГЛАВА 4.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ	234
4.1.1. Диаграммы деформирования. Характеристики материала	235
4.1.2. Пластические и хрупкие материалы.....	241
4.1.3. Закон разгрузки. Явление наклена	242
4.1.4. Закон Гука при одноосном растяжении и сжатии	243
4.1.5. Поперечная деформация. Коэффициент Пуассона.....	243
ГЛАВА 4.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ	244
4.2.1. Характеристики цикла нагружения	245
4.2.2. Базовая кривая усталости	247
ГЛАВА 4.3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ	251
4.3.1. Характеристики сопротивления развитию трещины при циклическом нагружении	251
4.3.2. Характеристики статической трещиностойкости.....	253
Характеристики статической трещиностойкости в условиях плоской деформации	255
Характеристики статической трещиностойкости при плоском напряженном состоянии	255
Расчетные характеристики статической трещиностойкости	256

РАЗДЕЛ 5. ИЗГИБ ПРОДОЛЬНО СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ	259
ГЛАВА 5.1. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ КОРОТКИХ СТЕРЖНЕЙ	260
5.1.1. Внекентренное сжатие силой, приложенной на одной из главных осей инерции сечения стержня	260
5.1.2. Внекентренное сжатие силой, которая не находится ни на одной из главных осей инерции сечения стержня	263
ГЛАВА 5.2. УПРУГАЯ ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛИННЫХ СТЕРЖНЕЙ	265
5.2.1. Упругая потеря устойчивости прямого стержня, нагруженного осевой нагрузкой. Формула Эйлера	265
5.2.2. Упругая потеря устойчивости стержня, нагруженного осевой нагрузкой с эксцентрикитетом.....	267
5.2.3. Упругая потеря устойчивости стержня с первоначальной кривизной	269
5.2.4. Упругая потеря устойчивости стержня, нагруженного осевой и поперечной нагрузками	271
Приближенная формула определения прогиба балки при продольно-поперечном изгибе.....	273
Дифференциальное уравнение изгибающих моментов при продольно-поперечном изгибе балки	275
5.2.5. Энергетический метод определения критической нагрузки	276
5.2.6. Большие перемещения гибкого стержня	278
ГЛАВА 5.3. ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ	282
5.3.1. Критические напряжения. Пределы применимости формулы Эйлера.....	282
5.3.2. Устойчивость стержней за пределом упругости. Модуль Кармана	283
5.3.3. Формула Ясинского-Тетмайера для определения критических напряжений.....	287
РАЗДЕЛ 6. УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ	289
ГЛАВА 6.1. КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ	290
6.1.1. Основное уравнение	290
6.1.2. Свободные колебания системы	292
6.1.3. Вынужденные колебания системы под действием гармонической силы при отсутствии сил трения	295
6.1.4. Вынужденные колебания в системе с вязким трением и гармоническим возбуждением	298
ГЛАВА 6.2. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ	303
6.2.1. Уравнение Лагранжа	303
6.2.2. Колебание пластины.....	310
ГЛАВА 6.3. ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БАЛОК	315
6.3.1. Основное уравнение	315
6.3.2. Границные условия	317
6.3.3. Частотное уравнение и собственные формы	318
6.3.4. Определение движения по начальным условиям	320
РАЗДЕЛ 7. СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ	323
ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА	324
ГЛАВА 7.1. СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ.....	325
7.1.1. Внутренние силовые факторы в сечениях пространственного бруса	325

7.1.2. Внутренние силовые факторы в сечениях плоской рамы	332
7.1.3. Внутренние силовые факторы в стержнях фермы	334
7.1.4. Напряжения в сечениях бруса малой кривизны	337
7.1.5. Перемещения сечений пространственного бруса.....	339
7.1.5.1. Потенциальная энергия бруса в общем случае нагружения.....	339
7.1.5.2. Энергетический метод определения перемещений сечений пространственного бруса. Интеграл Мора	342
7.1.6. Перемещения сечений плоской рамы.....	349
7.1.7. Перемещения узлов фермы	352
7.1.8. Относительные перемещения сечений стержней системы	354
ГЛАВА 7.2. ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ	358
7.2.1. Кинематический анализ плоских систем.....	359
7.2.2. Метод сил. Канонические уравнения	361
7.2.2.1. Внешне статически неопределеные рамы.....	361
7.2.2.2. Внутренне статически неопределеные рамы	364
7.2.2.3. Вычисление коэффициентов канонических уравнений	365
7.2.2.4. Рациональный выбор основной системы. Использование свойств симметрии при раскрытии статической неопределенности.....	367
7.2.2.5. Последовательность решения статически неопределенных задач	369
7.2.3. Перемещения сечений статически неопределенных рам	378
РАЗДЕЛ 8. КРИТЕРИИ ПРОЧНОСТИ.....	381
ГЛАВА 8.1. КРИТЕРИИ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ	381
8.1.1. Критерий максимального главного напряжения (Rankine)	382
8.1.2. Критерий максимальной главной деформации (St. Venant)	383
8.1.3. Критерий суммарной энергии деформации (Beltramy&Haigh)	384
8.1.4. Критерий максимальных касательных напряжений (Tresca)	385
8.1.5. Критерий энергии деформации свдвига (Hencky & VonMises)	386
8.1.6. Критерий интенсивности напряжений	387
8.1.7. Критерий Кулона-Мора.....	389
8.1.8. Условия текучести при двухосном напряженном состоянии.....	392
ГЛАВА 8.2. КРИТЕРИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ	395
8.2.1. Определение приведенных напряжений	396
8.2.1.1. Приведенные напряжения для элементов с геометрическими концентриаторами	397
8.2.1.2. Приведенное напряжение для продольных стыков крыла	398
8.2.1.3. Приведенное напряжение для поперечных стыков	400
8.2.2. Схематизация процесса переменного нагружения	403
8.2.2.1. Метод «полных циклов».....	404
8.2.2.2. Метод «дождевого потока»	405
8.2.3. Приведение асимметричного цикла к эквивалентному по усталостной повреждаемости пульсирующему циклу. Формула Одинга	406
8.2.4. Определение эквивалентных напряжений на основании гипотезы линейного суммирования усталостных повреждений и базовой кривой усталости	408
ГЛАВА 8.3. КРИТЕРИИ СТАТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ	410

8.3.1. Энергетический критерий Гриффита.....	410
8.3.2. Критерий разрушения Орована-Ирвина.....	412
РАЗДЕЛ 9. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ.....	415
ГЛАВА 9.1. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ.....	415
9.1.1. Расчет статической прочности по допускаемым напряжениям	416
9.1.1.1. Расчеты прочности при растяжении и сжатии стержневой системы или ступенчатого бруса	417
9.1.1.2. Расчет прочности при срезе и смятии	424
9.1.1.3. Расчет прочности и жесткости при кручении.....	430
9.1.1.4. Расчет прочности при изгибе	438
9.1.2. Расчет статической прочности по предельному состоянию.....	445
9.1.2.1. Расчет прочности при растяжении-сжатии	446
9.1.2.2. Расчет прочности при кручении.....	449
9.1.3. Расчет прочности при изгибе	452
9.1.4. Расчет статической прочности при сложном напряженном состоянии	459
ГЛАВА 9.2. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОДОЛЬНО СЖАТОГО СТЕРЖНЯ.....	466
9.2.1. Расчет устойчивости по аналитическим зависимостям.....	466
9.2.2. Расчет на устойчивость по коэффициентам уменьшения основного допускаемого напряжения	472
ГЛАВА 9.3. РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ	478
9.3.1. Расчет усталостной долговечности	478
9.3.2. Расчет рейтингов усталости конструктивных элементов.....	482
9.3.2.1. Расчет рейтинга усталости для элементов с геометрическими концентраторами	486
9.3.2.2. Расчет рейтинга усталости заклепочных и болтовых поперечных соединений	489
9.3.2.3. Расчет рейтинга усталости продольного стыка панелей крыла	493
9.3.3. Расчет коэффициентов запаса к пределу усталости	495
9.3.3.1. Расчет коэффициентов запаса к пределу усталости при регулярном нагружении	495
9.3.3.1.1. Расчет коэффициентов запаса при однокомпонентном напряженном состоянии	495
9.3.3.1.2. Расчет коэффициентов запаса при сложном напряженном состоянии.....	498
9.3.3.2. Расчет коэффициентов запаса при нерегулярном нагружении	500
ГЛАВА 9.4. РАСЧЕТ ДЛИТЕЛЬНОСТИ РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ	502
9.4.1. Расчет длительности развития усталостной трещины при регулярном циклическом нагружении	503
9.4.2. Расчет длительности развития усталостной трещины при нерегулярном циклическом нагружении	504
ГЛАВА 9.5. РАСЧЕТ ОСТАТОЧНОЙ ПРОЧНОСТИ.....	508
9.5.1. Метод расчета остаточной прочности по предельной трещиностойкости.....	508
9.5.2. Метод расчета остаточной прочности по R-кривым	510
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	512