



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**А. Л. Тулупьев
С. И. Николенко
А. В. Сироткин**

**ОСНОВЫ
ТЕОРИИ
БАЙЕСОВСКИХ
СЕТЕЙ**

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. Л. Тулупьев, С. И. Николенко,
А. В. Сироткин

ОСНОВЫ ТЕОРИИ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЕЙ

Учебник



ИЗДАТЕЛЬСТВО САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

УДК 004.8 + 519.2

ББК 22.17

Т82

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *Н. В. Хованов* (С.-Петербург. гос. ун-т); д-р физ.-мат. наук, проф. *А. И. Шашкин* (ВГУ)

Рекомендовано к печати

*учебно-методической комиссией математико-механического факультета
Санкт-Петербургского государственного университета*

Тулупьев А. Л., Николенко С. И., Сироткин А. В.

Т82

Основы теории байесовских сетей: учебник. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2019. — 399 с.

ISBN 978-5-288-05892-9

Цель данного учебника — ознакомить читателя с байесовскими сетями доверия как логико-вероятностной графической моделью баз фрагментов знаний с неопределенностью, которую можно использовать в интеллектуальных системах, поддерживающих принятие решений, а также с алгебраическими байесовскими сетями, позволяющими обработку не только скалярных, но и интервальных оценок вероятностей, и с их приложениями. В основу учебника положен курс лекций, разработанный и читаемый авторами для студентов магистратуры СПбГУ. Настоящее издание полностью обеспечивает программу учебной дисциплины «Теория байесовских сетей» Санкт-Петербургского государственного университета, которая входит в вариативную часть первого семестра обучения по основной образовательной программе высшего образования магистратуры «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

Учебник адресован студентам и аспирантам, специализирующимся в области математики и информатики, а также специалистам, в круг профессиональных интересов которых входят теория и практические приложения байесовских сетей.

УДК 004.8+519.2

ББК 22.17



Издание подготовлено при частичной финансовой поддержке Грантового конкурса Стипендиальной программы Владимира Потанина 2016/2017» (проект ГК170001610).

© Санкт-Петербургский
государственный университет, 2019

© А. Л. Тулупьев, С. И. Николенко,
А. В. Сироткин, 2019

ISBN 978-5-288-05892-9

Оглавление

Введение	7
<i>Глава 1.</i> Математическая статистика	10
§ 1.1. Теорема Байеса	10
§ 1.2. Максимальная апостериорная гипотеза	13
§ 1.3. Байесовские классификаторы	16
§ 1.4. Корреляция	20
§ 1.5. Критерий χ^2	23
Контроль усвоения материала	26
<i>Глава 2.</i> Графы смежности	27
§ 2.1. Основные понятия теории графов	27
§ 2.2. Графы смежности	31
§ 2.3. Деревья, цепи и циклы смежности	33
Контроль усвоения материала	34
<i>Глава 3.</i> Матричное исчисление	35
§ 3.1. Произведение и степень Кронекера	35
§ 3.2. Особые семейства векторов и матриц	37
Контроль усвоения материала	39
<i>Глава 4.</i> Вероятностная логика	40
§ 4.1. Пропозициональная логика	41
§ 4.2. Вероятность пропозициональной формулы	43
§ 4.3. Недоопределённые вероятностные меры	46
§ 4.4. Логика рассуждений о вероятностях	48
§ 4.5. Логика недоопределённых вероятностных мер	53
§ 4.6. Матрично-векторная трактовка	54
§ 4.7. Случайные бинарные последовательности	57
§ 4.8. Теория потенциалов	61
Контроль усвоения материала	65
<i>Глава 5.</i> Тропинчатые модели	66
§ 5.1. Принципы Райхенбаха	68
§ 5.2. Типы причинно-следственных связей	68
§ 5.3. Подход Райта к причинно-следственным моделям	70
§ 5.4. Линейная рекурсивная модель	72
§ 5.5. Принципы декомпозиции Райта	75
Контроль усвоения материала	82

<i>Глава 6.</i>	БСД: основные определения	83
§ 6.1.	Направленный граф причинно-следственных связей	83
§ 6.2.	Условие марковости	85
§ 6.3.	Понятие d-разделимости	86
§ 6.4.	Правило декомпозиции	88
§ 6.5.	Правило декомпозиции со свидетельствами	90
	Контроль усвоения материала	93
<i>Глава 7.</i>	БСД: преобразование структуры	94
§ 7.1.	Доменные, моральные и треугольные графы	94
§ 7.2.	Дерево смежности и дерево сочленений	104
§ 7.3.	Построение дерева сочленений и триангуляция	107
	Контроль усвоения материала	114
<i>Глава 8.</i>	БСД: алгоритмы пропагации	115
§ 8.1.	Алгоритм первичной пропагации	115
§ 8.2.	Алгоритм пропагации свидетельств	120
§ 8.3.	Некоторые возможности ускорения алгоритма	120
§ 8.4.	Стохастическое моделирование	122
	Контроль усвоения материала	126
<i>Глава 9.</i>	Обучение причинно-следственных моделей	127
§ 9.1.	Абдукция и сложности перебора	127
§ 9.2.	Выявление структуры условной независимости	131
§ 9.3.	Марковская эквивалентность	137
§ 9.4.	Алгоритм РС	144
§ 9.5.	Причинно-следственные связи и регрессии	148
	Контроль усвоения материала	152
<i>Глава 10.</i>	Обучение структур зависимостей	153
§ 10.1.	Обучение локальной структуры	155
§ 10.2.	Вывод байесовской метрики Дирихле	160
§ 10.3.	Алгоритм K2 Купера и Герсковица	169
§ 10.4.	MDL-обучение глобальных структур	171
§ 10.5.	Метрический подход к выявлению паттернов	176
§ 10.6.	CaMML: глобальная структура и MML	178
§ 10.7.	Стохастический поиск в CaMML	183
	Контроль усвоения материала	191
<i>Глава 11.</i>	Локальный вывод в ABC	192
§ 11.1.	Фрагмент знаний ABC	192
§ 11.2.	Непротиворечивость фрагмента знаний	194
§ 11.3.	Локальный априорный вывод	198
§ 11.4.	Локальный апостериорный вывод и свидетельства	200
§ 11.5.	Структура матрицы $\Gamma^{(i,j)}$	206
§ 11.6.	Апостериорный вывод над интервальными оценками	206
§ 11.7.	Недетерминированные свидетельства	209
	Контроль усвоения материала	213

<i>Глава 12.</i>	Глобальный вывод в АВС.....	215
§ 12.1.	Степени непротиворечивости.....	215
§ 12.2.	Апостериорный вывод: общая схема.....	223
§ 12.3.	Апостериорный вывод: стохастическое свидетельство.....	225
	Контроль усвоения материала.....	232
<i>Глава 13.</i>	Вероятностная семантика байесовских сетей.....	233
§ 13.1.	Распределения в дереве смежности БСД.....	233
§ 13.2.	Распределения при условной независимости.....	236
§ 13.3.	Преобразование БСД в АВС: пример.....	239
	Контроль усвоения материала.....	241
<i>Глава 14.</i>	Цикл в АВС.....	242
§ 14.1.	Основные обозначения.....	242
§ 14.2.	Выделение подцепи из цикла.....	244
§ 14.3.	Преобразование цикла в цепь.....	245
§ 14.4.	Сложность обработки цикла.....	247
	Контроль усвоения материала.....	253
<i>Глава 15.</i>	Направленный цикл в БСД.....	254
§ 15.1.	Основные обозначения.....	254
§ 15.2.	Преобразование в цикл ФЗ АВС.....	256
§ 15.3.	Подход Гиббса.....	259
§ 15.4.	Непротиворечивость направленного цикла.....	262
	Контроль усвоения материала.....	269
<i>Глава 16.</i>	Обучение АВС и поддержка принятия решений.....	270
§ 16.1.	Синтез согласованных баз фрагментов знаний.....	270
§ 16.2.	Локальное обучение АВС.....	274
§ 16.3.	Глобальное обучение АВС.....	289
§ 16.4.	Чувствительность локального априорного вывода.....	304
§ 16.5.	Чувствительность локального апостериорного вывода.....	308
	Контроль усвоения материала.....	309
<i>Глава 17.</i>	Байесовские сети: примеры приложений.....	310
§ 17.1.	Тест последовательных разведений.....	310
§ 17.2.	Цикл стохастических предпочтений.....	313
§ 17.3.	Генерация популяции в генетическом алгоритме.....	316
	Контроль усвоения материала.....	319
<i>Глава 18.</i>	Другие вероятностные графические модели.....	320
§ 18.1.	Скрытые марковские модели.....	320
§ 18.2.	Марковские сети.....	331
§ 18.3.	БСД и марковские сети.....	334
§ 18.4.	Модель Изинга.....	336
§ 18.5.	Случайные булевские сети.....	346
	Контроль усвоения материала.....	347
	Заключение.....	348

Приложение. Методическое обеспечение дисциплины «Теория байесовских сетей»	352
1. Аннотация	352
2. Основные результаты обучения	355
3. Примерный список вопросов	357
4. Перечень дидактических единиц	362
5. Методические особенности	368
6. Рекомендуемые информационные источники	370
7. Задания и темы для проектов и НИР	370
8. Основные классы заданий	376
Литература	378
Список иллюстраций	392
Список таблиц	394
Предметный указатель	395