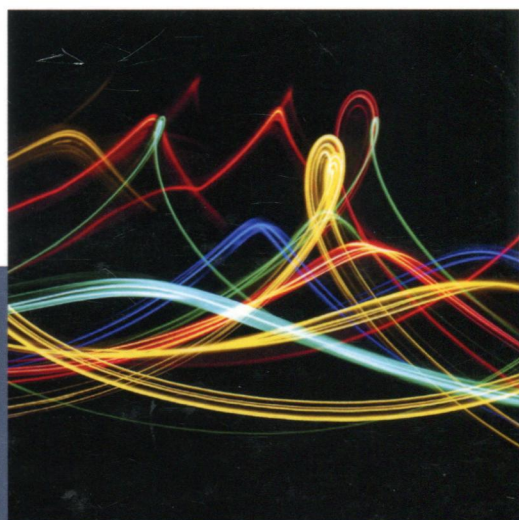


ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

М. Н. Юдин
Н. А. Севостьянов
О. М. Юдин



E.LANBOOK.COM

М. Н. ЮДИН, Н. А. СЕВОСТЬЯНОВ, О. М. ЮДИН

ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Учебное пособие



ЛАНЬ

• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР •
2022

УДК 517
ББК 22.1я73

Ю 16 Юдин М. Н. Прикладные методы гармонического анализа : учебное пособие для вузов / М. Н. Юдин, Н. А. Севостьянов, О. М. Юдин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 256 с. : ил. — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-8114-8210-8

В программу обучения бакалавров и магистров по специальности «Прикладная математика» и «Геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых» входит ряд взаимосвязанных спецкурсов («Прикладные методы гармонического анализа», «Цифровая обработка сигналов», «Моделирование систем и процессов», «Математическое моделирование», «Математические модели геофизики», «Математические модели геоэлектрики»). Общим элементом этих курсов является компьютерный гармонический анализ (Computer Harmonic Analysis — CHA).

Учебное пособие содержит материал, предусмотренный программой для высших технических учебных заведений по дисциплинам: «Прикладные методы гармонического анализа», «Цифровая обработка сигналов», «Моделирование систем и процессов», «Математическое моделирование», «Математические модели геофизики». В каждой главе даются необходимые теоретические сведения, примеры, иллюстрирующие применение различных алгоритмов решения задач, упражнения для самостоятельного решения и решения примеров с помощью системы компьютерной математики (СКМ) MATHCAD.

Для студентов технических вузов. Может быть также полезно аспирантам, преподавателям, инженерам и научным сотрудникам.

УДК 517
ББК 22.1я73

Обложка
П. И. ПОЛЯКОВА

© Издательство «Лань», 2022
© Коллектив авторов, 2022
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2022

Посвящается Леониду Львовичу Ваньяну – Ученому и Человеку

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
ЧАСТЬ I. КОМПЬЮТЕРНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	13
1. Непрерывное интегральное преобразование Фурье	13
1.1. Ряд Фурье	13
1.2. Интеграл Фурье	15
1.3. Непрерывное комплексное интегральное преобразование Фурье	16
1.4. Основные теоремы о спектрах непрерывного комплексного преобразования Фурье	18
1.5. Спектры некоторых импульсов	22
1.6. Применение СФТ для решения задач математической физики	33
1.6.1. Двумерная краевая задача для уравнения Гельмгольца.....	33
1.6.2. Практические примеры. Слоистые модели среды. Краевые задачи для полуплоскости и полупространства (двумерные задачи для аномальных полей при $U_0 = 1$).....	41
1.6.3. Одномерное уравнение теплопроводности.....	45
2. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)	47
2.1. Быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ)	48
2.2. Связь между непрерывным (СФТ) и дискретным преобразованием Фурье (ДФТ)	50
3. Свертка дискретных сигналов	51
3.1. Дискретная свертка	52
3.2. Вычисление свертки с помощью БПФ	53
4. Теорема отсчетов (Котельникова – Шеннона)	57
4.1. Введение в проблему.....	58
4.2. Функции с ограниченным спектром.....	60
4.3. Примеры применения теоремы отсчетов.....	64
5. Оконное преобразование Фурье	69
5.1. Прямое и обратное непрерывное оконное преобразование Фурье	69
5.2. Преобразование Габора	73
6. Wavelet-преобразование	74
6.1. Непрерывное вейвлет-преобразование	75
6.1.1. Одномерное вейвлет-преобразование	75
6.1.2. Формула обращения.....	80
6.1.3. Дискретное wavelet-преобразование (DWT)	83
6.1.4. Кратно-разрешающий анализ.....	84
7. Риджлет-преобразование (Ridgelet Transform)	91
7.1. Обзор работ в области риджлет-анализа.....	92
7.2. Обзор известных программных продуктов	93

7.3. Риджлет-преобразование	94
7.3.1. Непрерывное риджлет-преобразование	94
7.3.2. Дискретное риджлет-преобразование	97
8. Курвлет-преобразование.....	99
8.1. Непрерывное курвлет-преобразование на плоскости (в \mathbb{R}^2).....	106
8.1.1. Оконные функции.....	106
8.1.2. Система курвлет-функций.....	110
8.1.3. Определение непрерывного курвлет-преобразования	115
8.2. Дискретное курвлет-преобразование	116
8.3. Переход к декартовым массивам	119
8.4. Применение курвлетов для обработки сейсмических данных	120
8.5. Применение курвлетов для решения уравнений в частных производных	122
9. Преобразование Радона.....	125
9.1. Непрерывное двумерное преобразование Радона.....	127
9.2. Связь между преобразованием Радона и преобразованием Фурье.....	132
9.3. Двумерное дискретное преобразование Радона (DRT).....	135
9.4. Численные эксперименты.....	143
9.5. Совместное применение преобразования Радона и SVD-разложения для анализа данных	149
9.5.1. Элементы теории SVD-разложения матриц	149
9.5.2. Анализ данных посредством SVD-разложения.....	153
9.5.3. Фильтрация данных посредством SVD-разложения и преобразования Радона	155
10. Бимлет-преобразование (Beamlet Transform, <i>BT</i>).....	157
ЧАСТЬ II. АНАЛИЗ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ	160
1. Модель данных и краткие сведения о PDE-алгоритмах	161
2. Связь между вариационными и дифференциальными задачами	162
3. Диффузионные процессы и многомасштабная фильтрация	165
3.1. Линейная фильтрация на основе уравнений второго порядка	165
3.2. Нелинейная фильтрация на основе уравнений второго порядка	167
3.3. Нелинейная фильтрация на основе производных высших порядков (модель S).....	176
4. Комбинированная фильтрация на основе СНА и PDE подходов	177
5. Численная реализация алгоритмов.....	179
5.1. ROF-модель	179
5.2. Модель S [71].....	180
6. Результаты численных экспериментов	183
6.1. TV-фильтрация одномерных данных	184
6.2. TV-фильтрация двумерных данных	184
6.3. Декомпозиция по модифицированному алгоритму Мейера (модель OSV)	185
6.4. Декомпозиция данных на основе использования моделей Мейера и TV- L^1	186

6.5. Фильтрация на основе использования производных высших порядков	188
6.6. Комбинированная фильтрация одномерных тестовых данных.....	189
6.7. Примеры обработки полевых электроразведочных данных.....	190
Выводы	192
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	193
Приложение 1. Обозначения, основные формулы и определения	193
Приложение 2. Элементы теории обобщенных функций	197
Приложение 3. Дельта-функция.....	206
Приложение 4. Теорема Котельникова.	
Программа на языке СКМ Маткад	212
Приложение 5. Фильтрации данных на основе выбора порога во множестве коэффициентов дискретного интегрального преобразования	219
П5.1. Универсальный трешолдинг	221
П5.2. Трешолдинг, основанный на критерии минимума энтропии	221
П5.3. Трешолдинг, основанный на методе последовательного когерентного отсечения (coherent basis thresholding)	222
Приложение 6. Курвлет-преобразование.....	223
П6.1. Трехмерное курвлет-преобразование (3D СТ)	223
П6.2. Приложения курвлет-преобразования.....	226
П6.2.1. Обработка изображения.....	227
П6.2.2. Сжатая выборка	229
П6.2.3. Выводы и перспективы СТ	232
Приложение 7. Иллюстрация результатов работы преобразования Радона.....	233
ЛИТЕРАТУРА	247