

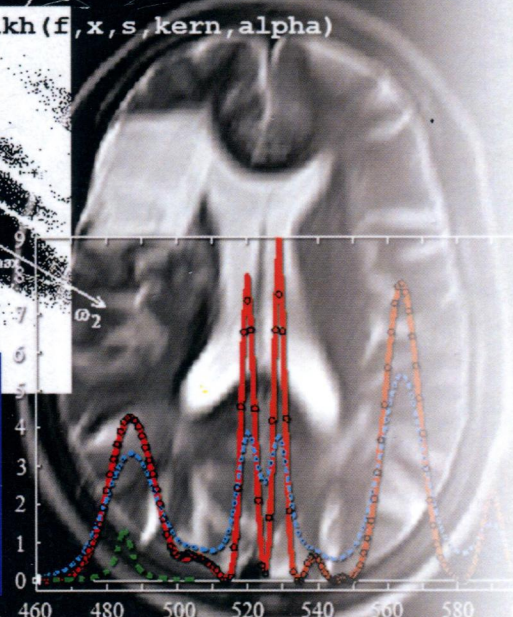
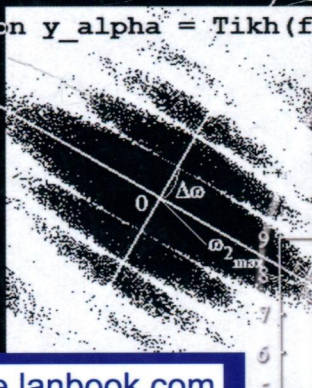
ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, СПЕКТРОСКОПИИ И ТОМОГРАФИИ С MATLAB

В. С. СИЗИКОВ



$$Ay = f, \quad y_\alpha = (\alpha E + A^T A)^{-1} A^T y$$

function y_alpha = Tikh(f, x, s, kern, alpha)



www.e.lanbook.com



**ЭБС
ЛАНЬ**

В. С. СИЗИКОВ

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, СПЕКТРОСКОПИИ И ТОМОГРАФИИ С МАТЛАВ

*Рекомендовано Иркутским региональным отделением НМС
по математике Министерства образования и науки РФ
к использованию при подготовке студентов
физико-математических и технических специальностей
по направлениям «Информатика и вычислительная
техника», «Прикладная математика и информатика»,
«Фотоника, приборостроение, оптические и
биотехнические системы и технологии»,
«Томографические методы диагностики»*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
МОСКВА
КРАСНОДАР
2021

ББК 22.161.6я73

С 34

Сизиков В. С.

С 34 Прямые и обратные задачи восстановления изображений, спектроскопии и томографии с MatLab: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2021. — 412 с.: ил. (+ вклейка, 8 с.) + CD. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-2754-3

В книге изложено применение аппарата интегральных уравнений (ИУ), систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и систем линейно-нелинейных уравнений (СЛНУ), а также программных средств системы MatLab к решению ряда прикладных задач иконики (восстановления изображений с помощью компьютеров), спектроскопии и томографии. Изложены прямые и обратные задачи восстановления искаженных (смазанных, дефокусированных, зашумленных) изображений, спектроскопии (восстановления непрерывных и дискретных спектров) и двух типов томографии: рентгеновской компьютерной томографии (РКТ) и инфракрасной томографии (ИКТ). Обратные задачи описаны в основном интегральными уравнениями Фредгольма I рода, задача решения которых некорректна, поэтому уравнения решаются методом регуляризации Тихонова, а также методом параметрической фильтрации Винера. Методы и численные алгоритмы доведены до программ в системе MatLab. Приведены листинги программ и результаты обработки модельных и реальных данных. Применительно к задаче иконики изложены как известные методы восстановления изображений, так и разработанная автором методика под названием «усечение — размытие — поворот», а также метод сверхразрешения, быстрые алгоритмы устранения смазывания, спектральный способ оценки параметров искажения. Предложен новый тип шума — мультиполярный импульсный шум и способ его фильтрации. Изложена новая методика решения обратной задачи спектроскопии — способ обучения, или моделирования для случая непрерывного спектра и алгоритм интегральной аппроксимации для случая дискретного спектра. Изложение известных методов РКТ дополнено изложением малоизвестного метода Арсенина, основанного на приведении ИУ Радона к ИУ Фредгольма. При решении задач ИК-томографии использован оригинальный обобщенный метод квадратур решения сингулярных интегральных уравнений (СИУ).

Для бакалавров, магистрантов, аспирантов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям, входящим в УГС: «Математика и механика», «Компьютерные и информационные науки», «Физика и астрономия», «Информатика и вычислительная техника», «Фотоника, приборостроение, оптические и биотехнические системы и технологии». Книга будет полезна преподавателям и научным сотрудникам в областях фундаментальной, вычислительной и прикладной математики, физики и информатики (программирования).

ББК 22.161.6я73

Рецензенты:

Ю. Е. ВОСКОВОЙНИКОВ — доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета, заслуженный работник высшей школы РФ;

И. В. БОЙКОВ — доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой высшей и прикладной математики Пензенского государственного университета;

Д. Н. СИДОРОВ — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института систем энергетики им. Л. А. Мелentyева РАН (г. Иркутск).

Обложка
Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2021

© В. С. Сизиков, 2021

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Список сокращений	10
Введение	12
Некоторые прямые прикладные задачи (12). Некоторые обратные прикладные задачи (17). Схемы измерений и обработки (19). Задания и вопросы (20).	
Глава 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ	21
1.1. Элементы функционального анализа	21
Элементы теории множеств (21). Метрические, линейные и нормированные пространства (21). Банаховы пространства (22). Евклидово и гильбертово пространства (23). Операторы в гильбертовом пространстве (24). Задания и вопросы (25).	
1.2. Некоторые сведения из линейной алгебры	25
Скаляры, векторы и матрицы (26). Собственные значения и сингулярные числа матриц (27). Нормы векторов и матриц (28). Умножение матриц и векторов (29). Системы линейных алгебраических уравнений (29). Число обусловленности (30). Вырожденные и плохо обусловленные СЛАУ (30). Корректность и некорректность (31). Примеры СЛАУ (32). Корректность и некорректность в зависимости от типов пространств (35) Метод наименьших квадратов Гаусса (37). Метод псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза (40). Метод регуляризации Тихонова (43). Системы линейно-нелинейных уравнений (47). Задания и вопросы (48).	
1.3. Интегральные уравнения и интегральные преобразования	48
Некоторые интегральные уравнения (49). Интегральное преобразование Фурье (53). Дискретное преобразование Фурье (64). Преобразование Хартли (73). Преобразование Лапласа (76). Вейвлет-преобразования (78). Методы НК Гаусса, ПОМ Мура-Пенроуза и регуляризации Тихонова применительно к интегральным уравнениям (81). Задания и вопросы (96).	
Глава 2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ	98
2.1. Объекты и приборы наблюдений, типы искажений, классы чисел	98
Снимаемые объекты (98). Системы регистрации изображений (98). Типы искажений изображений (99). Типы изображений и классы чисел в системе MatLab (100). Соглашение о координатах (100). Примеры искаженных изображений (101). Задания и вопросы (103).	
2.2. Аберрации оптических систем	103
Аберрация и её типы (103). Сферическая аберрация линзы и зеркала (104). О космическом телескопе "Хаббл" (105). Хроматическая аберрация (105). Задания и вопросы (106).	

2.3. Методы устранения смаза изображений	106
Постановка прямой задачи (106). Описание обратной задачи посредством интегрального уравнения (108). Решение уравнения способом дифференцирования (110). Преобразование интегрального уравнения Вольтерра в уравнение Фредгольма (111). Использование "граничных условий" (113). Прием усечения смазанного изображения (115). Размытие краев изображения для понижения эффекта Гиббса (117). Обратная задача (119). Методы инверсной и псевдоинверсной фильтрации (119). Метод регуляризации Тихонова и преобразования Фурье (122). Метод регуляризации Тихонова и конечных сумм (124). Метод параметрической фильтрации Винера (128). Метод многокадрового сверхразрешения (129). Метод TV (131). Об алгоритме максимального правдоподобия Люси-Ричардсона и о методе "слепой" деконволюции (132). Задания и вопросы (135).	
2.4. Результаты устранения смаза и зашумления изображений	136
Программы обработки изображений в системе MatLab (136). Типы шумов и их фильтрация (140). Мультиполярный импульсный шум и его фильтрация (147). Обработка текстового изображения (149). Обработка портретных изображений (160). Обработка изображений космических объектов (163). Обработка томографических изображений (166). Быстрые алгоритмы устранения смазывания (167). Смазывание под углом (173). Обработка цветных изображений (179). Обработка реальных смазанных изображений (185). Очередность фильтрации шумов на смазанных изображениях (186). Задания и вопросы (189).	
2.5. Обработка дефокусированных изображений	191
Постановка прямой и обратной задач (191). Описание обратной задачи посредством интегрального уравнения (193). Алгоритмы решения прямой задачи (197). Прием усечения дефокусированного изображения (198). Прием размытия краев для уменьшения эффекта Гиббса (200). Внешние и собственные m -функции для прямой задачи (201). Методы решения обратной задачи дефокусирования (203). Внешние и собственные m -функции для задачи рефокусирования (207). Примеры обработки дефокусированных и зашумленных изображений (208). Кубатурные методы (210). Способы оценки ФРТ (213). Сравнение редактора PhotoShop и системы MatLab в обработке изображений (220). Задания и вопросы (221).	
Глава 3. ПРЯМЫЕ и ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ СПЕКТРОСКОПИИ ..	223
3.1. Введение в спектральный анализ	223
Спектральные приборы (223). Типы спектров (225). Спектральный анализ (226). Области применения (226). Разрешающая способность спектральных приборов (227). Задания и вопросы (228).	
3.2. Восстановление непрерывных спектров	228

Аппаратная функция спектрального прибора (228). Истинный и измеренный спектры (229). Математическая формулировка обратной задачи спектроскопии (231). Метод регуляризации Тихонова (233). Способ обучающих примеров-спектров (236). Пакет программ ISP1 в рамках системы MatLab (238). Численный пример 1 (модельный непрерывный спектр) (239). Численный пример 2 ("синтетический" непрерывный спектр) (247). Численный пример 3 (реальный вибрационный спектр) (250). Задания и вопросы (253).	
3.3. Восстановление дискретных спектров	253
Математическая формулировка задачи (253). Обзор методов решения СЛНУ (255). Алгоритм интегральной аппроксимации решения СЛНУ (255). Пакет программ ISP2 в рамках системы MatLab (259). Численный пример (обработка модельного дискретного спектра) (261). Задания и вопросы (266).	
3.4. Некоторые дополнения	267
Об особенностях программирования в системе MatLab (267). Критерий Рэля (269). Редукционная проблема Рэля (271). Задания и вопросы (272).	
Глава 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТОМОГРАФИИ	273
4.1. Рентгеновская компьютерная томография	275
Недостатки рентгенографии (275). Постановка эксперимента в РКТ (275). Пять поколений рентгеновских томографов (276). Закон Бугера-Ламберта-Бера (280). Преобразование Радона (280). Интегральное уравнение Радона (281). Теорема Брейсуэлла о сечении спектра (282). Решение уравнения Радона методом ПФ на основе теоремы Брейсуэлла (283). Метод свертки и обратной проекции (устойчивые варианты) (283). Примеры распределения плотностей в РКТ-сечениях (289). Сведение уравнения Радона к уравнению Фредгольма (293). Решение уравнения Фредгольма (295). Исторический экскурс (296). Области применения РКТ (298). Задания и вопросы (298).	
4.2. Инфракрасная томография	299
Введение. Области применения ИК-томографии (299). Сходства и различия РКТ и ИКТ (299). Дифференциальное уравнение переноса ИК-излучения (302). Аналитическое решение уравнения переноса излучения (303). Случай осевой симметрии и параллельного сканирования (305). Определение коэффициента абсорбции, обзор алгоритмов (305). Обобщенный метод квадратур решения СИУ относительно k (308). Обобщенный метод квадратур решения СИУ относительно B (310). Использование регуляризации (312). Численная иллюстрация (314). Задания и вопросы (326).	
Приложение	327
Литература	382
Предметный указатель	400