

А. К. Лапковский

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА, НЕЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ

- Развертки в аффинном расслоении и математическая теория неголономной системы отсчета
- Обобщенные лоренцевы преобразования (бусты), неевклидова геометрия и кинематика псевдориманова пространства



URSS

**А. К. Лапковский**

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ  
КИНЕМАТИКА,  
НЕЕВКЛИДОВЫ  
ПРОСТРАНСТВА  
И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ  
ОТОБРАЖЕНИЕ**

Предисловие  
доктора физико-математических наук, профессора  
*Н. В. Мицкевича*

Издание второе



**URSS**  
**МОСКВА**

ББК 22.151.4 22.311 22.312 22.313 22.382 22.6

**Лапковский Анатолий Кузьмич**

**Релятивистская кинематика, неевклидовы пространства  
и экспоненциальное отображение / Предисл. Н. В. Мицкевича.**

Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2021. — 264 с.

В книге с единой (групповой) точки зрения изложены основы континуальной релятивистской кинематики, неевклидовой и конформной геометрии. В ней получена и проанализирована полная система кинематических уравнений релятивистского континуума, позволившая вскрыть в самом общем виде природу релятивистского вращения. Дано применение этой системы к описанию локально инерциальных систем отсчета и кинематики движения релятивистской спиновой частицы в двух взаимосвязанных неголономных (и неинерциальных) системах отсчета с принудительным вращением. Построена теория бустовых (плоских) вращений в псевдоевклидовых пространствах, а также вращений, сохраняющих изотропные и полуевклидовы векторные плоскости. Указаны новые способы расширения моделей Вселенной: введением идеальной области неевклидова пространства, заменой сферических слоев многообразия поверхностями из окружностей кривизны и др. Изучены кинематические вопросы перенесений реперов в произвольном псевдоримановом пространстве.

Книга адресована научным работникам и студентам, интересующимся математическими основами теории относительности, групповым аппаратом физики и неевклидовой геометрии.

**Редактор** д-р физ.-мат. наук, проф. *И. В. Белько*

**Рецензенты:** д-р физ.-мат. наук *А. А. Бозуш*; д-р физ.-мат. наук *В. А. Ведерников*;  
д-р физ.-мат. наук *А. С. Феденко*; д-р физ.-мат. наук *Ю. А. Курочкин*;  
канд. физ.-мат. наук *Н. Н. Костюкович*

ООО «ЛЕНАНД». 117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.  
Формат 60×90/16. Печ. л. 16,5. Зак. № 166658.

Отпечатано в АО «Т 8 Издательские Технологии».  
109316, Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

**ISBN 978–5–9710–9021–2**

© Н. В. Мицкевич, предисловие,  
1985, 2021

© ЛЕНАНД, 2021

30981 ID 275625



9 785971 090212

|   |   |
|---|---|
| НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА  |   |
|  | E-mail: URSS@URSS.ru  |
|   | Каталог изданий в Интернете:<br><a href="http://URSS.ru">http://URSS.ru</a> |
|   | Тел./факс (многоканальный):<br>+ 7 (499) 724 25 45                          |
|   | URSS  |

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Предисловие к первому изданию . . . . .                                   | 3  |
| Введение . . . . .  | 6  |
| Список часто употребляемых обозначений и символов . . . . .               | 8  |
| Векторные и неевклидовы пространства и их группы преобразований . . . . . | 8  |
| Многообразия с аффинной связностью. . . . .                               | 10 |
| Релятивистская кинематика . . . . .                                       | 11 |
| Символы и общие соглашения . . . . .                                      | 12 |

### Часть первая

#### Развертки в аффинном расслоении и математическая теория неголономной системы отсчета

##### *Глава 1.* Лифты и развертки локальных путей в аффинном расслоении дифференцируемого многообразия

|  |    |
|--|----|
| § 1. Приближенная теория разверток в аффинном расслоении. Структура компонент параллельно переносимых тензоров . . . . . | 13 |
| § 2. Сравнение горизонтальных путей и разверток в аффинном расслоении при вариации линейной связности . . . . .          | 20 |

##### *Глава 2.* Математическая теория неголономной системы отсчета с принудительным вращением

|   |    |
|---|----|
| § 1. Кинематические уравнения релятивистского континуума . . . . .  | 24 |
| § 2. Теория развертки в $\mathbb{R}_4$ и кинематический смысл дифференциальных форм релятивистского континуума . . . . .                              | 30 |
| § 3. Тензор скоростей деформации и тензор спина среды. Малая частица среды . . . . .  | 39 |
| § 4. Классификации релятивистских сплошных сред . . . . .   | 45 |
| § 5. Относительные инфинитезимальные скорость и ускорение. Характеристика относительного вращения. Возможности экспериментального измерения . . . . . | 50 |
| § 6. Законы распространения вращения, сдвига и расхождения . . . . .  | 56 |
| § 7. Сложение движений относительно деформируемых и вращающихся релятивистских систем отсчета . . . . .   | 59 |

|  |    |
|--|----|
| § 8. Локально инерциальная система отсчета для индивидуализированной спиновой частицы . . . . .      | 67 |
| § 9. Локально инерциальная система отсчета для окрестности точки в пространстве гравитации . . . . . | 71 |

### Часть вторая

#### Обобщенные лоренцевы преобразования (бусты), неевклидова геометрия и кинематика псевдориманова пространства

|   |     |
|---|-----|
| <i>Глава 1. Бустовые вращения и аффиноры, сохраняющие изотропную <math>q</math>-мерную плоскость. Подмногообразия с параллельным нормальным векторным полем</i> |     |
| § 1. Экспоненциальное отображение гиперсферы и глобальное параллельное перенесение реперов на ней . . . . .   | 78  |
| § 2. Соотношения между различными параметризациями гиперсферы ${}^1Q'_n$ . . . . .  | 92  |
| § 3. Стереографическое отображение гиперсферы и конформная параметризация бустов . . . . .  | 97  |
| § 4. Бустовое представление полной группы движений гиперсферы ${}^1Q'_n$ и связь бустов с общими вращениями в ${}^1E_{n+1}$ . . . . .                           | 104 |
| § 5. Изотропные бусты и преобразования, сохраняющие изотропную $q$ -мерную плоскость . . . . .  | 114 |
| § 6. Полуканонические формы симметричных аффиноров, имеющих изотропное главное направление . . . . .  | 126 |
| § 7. О подмногообразиях с параллельным нормальным векторным полем, погруженных в ${}^1Q'_n$ . . . . .   | 134 |

#### *Глава 2. Неевклидовы пространства ${}^1S'_n$ и бусты*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Способы задания расширенного неевклидова пространства ${}^1S'_n$ . . . . .  | 141 |
| § 2. Расширение открытого мира Фридмана посредством перехода от сферы ${}^1Q_3^{1a}$ к неевклидову пространству ${}^1S_3^{1a}$ . . . . . | 150 |
| § 3. Движения в ${}^1S'_n$ и сверхсветовые вращения . . . . .  | 152 |

#### *Глава 3. Полунеевклидовы пространства как предельные для неевклидовых*

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Предельный переход от неевклидова пространства к полунеевклидову . . . . .                                       | 156 |
| § 2. Экспоненциальное отображение полунеевклидова пространства и бустовое представление его группы движений . . . . . | 160 |

#### *Глава 4. Псевдоконформная геометрия*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Расширения стереографического отображения и псевдоконформное пространство ${}^1C_n$ . . . . . | 167 |
| § 2. Примеры псевдоконформного пространства. Топологическая структура . . . . .                    | 173 |
| § 3. Полярное соответствие и его композиция с расши-   |     |

|  |     |
|--|-----|
| ренным стереографическим отображением. Пучки гиперсфер . . . . .   | 177 |
| § 4. Группа псевдоконформных преобразований и ее бустовая параметризация . . . . .   | 185 |
| § 5. Интерпретация группы вращений гиперсферы на плоской модели $\mathbb{S}_n$ . . . . .   | 195 |
| § 6. Вырожденное псевдоконформное пространство как абсолют полунеевклидова пространства . . . . .  | 199 |
| <i>Глава 5. Слоения на гиперповерхностях <math>{}^1E_{n+1}</math> и конформно-плоские римановы пространства</i>  |     |
| § 1. Гиперповерхности с равными главными кривизнами и конформно-плоские гиперповерхности . . . . .   | 199 |
| § 2. Основная теорема о локальном изометрическом вложении класса один конформно-плоского риманова пространства . . . . .                                       | 201 |
| <i>Глава 6. Квазиэкспоненциальное и квазистереографическое отображения гиперповерхностей в <math>{}^1E_{n+1}</math> и неизотропные космологические метрики</i> |     |
| § 1. Гиперповерхности, составленные из окружностей кривизны . . . . .  | 205 |
| § 2. Нормальная кривизна гиперповерхности с изотропными главными направлениями и гиперповерхности лоренцевой сигнатуры . . . . .                               | 208 |
| § 3. Неоднородное пространство Лобачевского . . . . .  | 210 |
| § 4. Неизотропные космологические метрики . . . . .  | 212 |
| § 5. Глобальное экспоненциальное отображение и аппроксимация метрик Вселенной . . . . .  | 213 |
| <i>Глава 7. Линейчатая дифференциальная геометрия в <math>{}^1S'_n</math> и бусты</i>  |     |
| § 1. Дифференциальная окрестность прямой в ${}^1S'_n$ . . . . .  | 214 |
| § 2. Предельный переход к плоскому пространству . . . . .  | 222 |
| § 3. Приложение бустовых преобразований к канонизации подвижного репера комплекса прямых . . . . .   | 223 |
| § 4. Группа инвариантности $m$ -мерной плоскости в ${}^1S'_n$ и канонизация подвижного репера комплекса плоскостей . . . . .                                   | 226 |
| <i>Глава 8. Некоторые геометрические и кинематические задачи в римановом пространстве <math>{}^1\mathcal{U}_{n+1}</math>, решаемые с помощью бустов</i>        |     |
| § 1. Полная кинематическая система уравнений континуума риманова пространства, снабженного реперной структурой . . . . .                                       | 230 |
| § 2. О кинематических аспектах перенесений реперов в римановом пространстве ${}^1\mathcal{U}_{n+1}$ . . . . .  | 237 |
| Заключение . . . . .   | 246 |
| Литература . . . . .   | 249 |