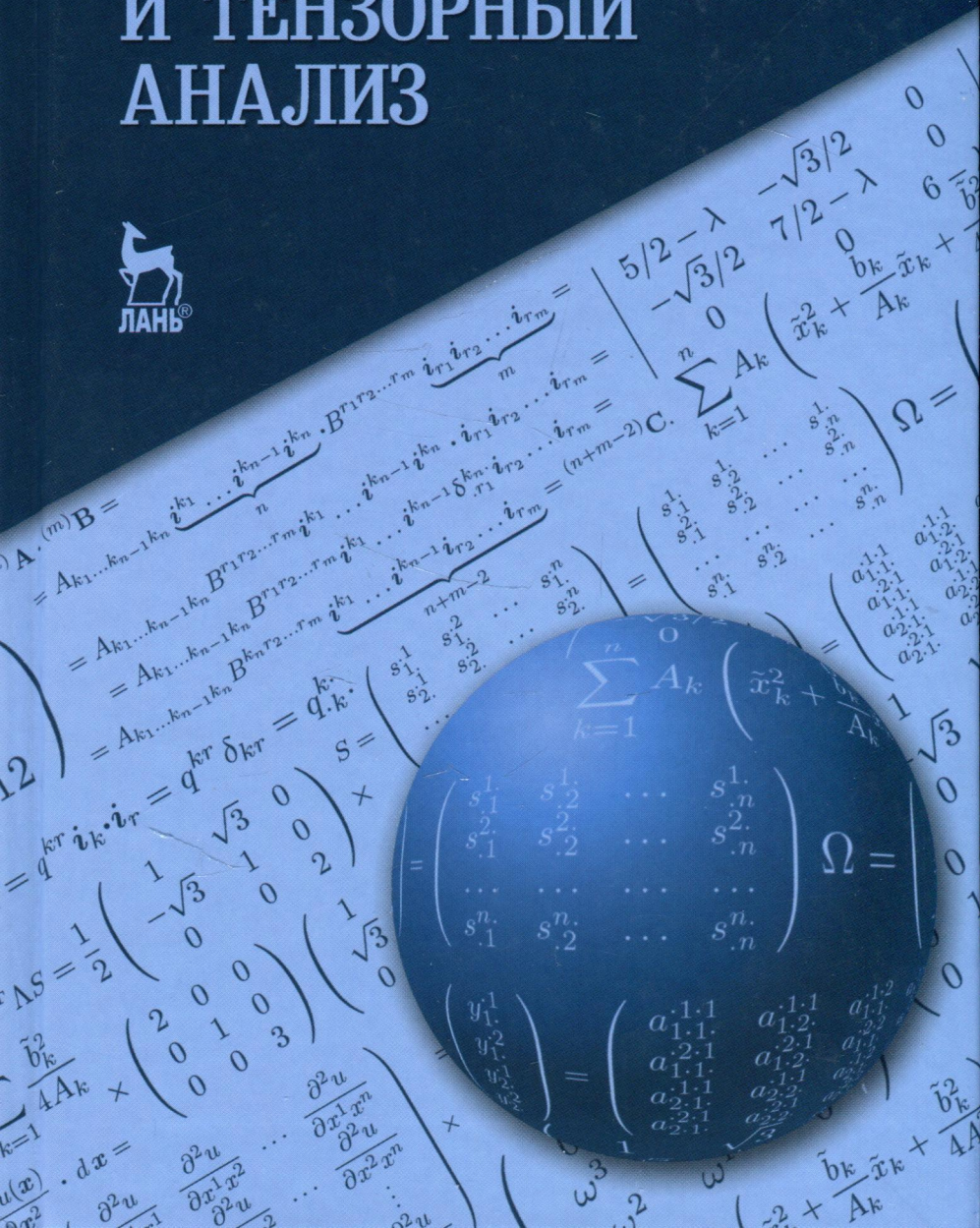


Б. А. Горлач

ТЕНЗОРНАЯ АЛГЕБРА И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ



Б. А. ГОРЛАЧ

ТЕНЗОРНАЯ АЛГЕБРА И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ · МОСКВА · КРАСНОДАР
2021

ББК 22.18я73

Г 69

Горлач Б. А.

Г 69 Тензорная алгебра и тензорный анализ: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2021. — 160 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1834-3

Содержатся основные сведения из тензорной алгебры и тензорного анализа. Изложение ведется от частного к общему. Тензоры представляются в операторной, матричной и компонентно-индексной формах в ортонормированном и произвольном базисах. Предлагаются необходимые для усвоения материала упражнения и расчетные работы.

Пособие предназначено специалистам, бакалаврам и магистрам, обучающимся по направлениям: «Прикладная математика и информатика», «Математика», «Прикладная математика», «Механика и математическое моделирование», «Прикладная математика и физика».

ББК 22.18я73

Обложка

Е. А. ВЛАСОВА

*Охраняется законом РФ об авторском праве.
Воспроизведение всей книги или любой ее части
запрещается без письменного разрешения издателя.
Любые попытки нарушения закона
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Издательство «Лань», 2021

© Б. А. Горлач, 2021

© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие</i>	3
<i>Основные обозначения</i>	5
<i>Глава 1. Алгебра тензоров</i>	7
§ 1.1. Преобразование векторов ортонормированных базисов	8
§ 1.2. Преобразование координат векторов при преобразовании базисов	11
§ 1.3. Диада векторов	13
§ 1.4. Диада векторов, заданных в базисе пространства L_{n^2}	16
§ 1.5. Тензор второго ранга	18
§ 1.6. Тензоры ранга n	21
§ 1.7. Матрицы тензоров	25
§ 1.8. Свертывание индексов	30
§ 1.9. Симметрирование и альтернирование тензоров	33
§ 1.10. Тензор поворота	36
§ 1.11. Изотропные тензоры	39
§ 1.12. Обратный тензор	40
§ 1.13. Собственные значения тензора	42
§ 1.14. Собственные векторы тензора	45
§ 1.15. Теорема Кейли–Гамильтона	51
§ 1.16. Соотношения между инвариантами тензоров	54
§ 1.17. Девиатор и шаровой тензор	56
§ 1.18. Полярное разложение тензора	58
§ 1.19. Вектор тензора	62
§ 1.20. Тензорные поверхности	64
§ 1.21. Функции тензоров	66
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	67
§ 1.22. Задание на расчетную работу	69
<i>Глава 2. Тензорный анализ</i>	72
§ 2.1. Векторный оператор Гамильтона	72
§ 2.2. Дифференциальные операции над векторами	73
§ 2.3. Дифференциальные операции над тензорами	78
§ 2.4. Двукратное дифференцирование	80
§ 2.5. Дифференцирование скалярной функции по тензору	82
§ 2.6. Ряд Тейлора	82

§ 2.7. Локальные экстремумы	86
§ 2.8. Глобальные экстремумы	92
§ 2.9. Условный экстремум	97
§ 2.10. Множители Лагранжа	99
§ 2.11. Метод градиентного спуска	101
§ 2.12. Преобразование интегралов	107
§ 2.13. Преобразование Стокса	110
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	111
§ 2.14. Задание на расчетную работу	112
<i>Глава 3. Тензоры в произвольных координатах</i>	114
§ 3.1. Преобразования произвольных систем координат	114
§ 3.2. Базисные векторы криволинейных неортогональных координат	117
§ 3.3. Основной и взаимный базисы	119
§ 3.4. Преобразование векторов базиса при преобразовании координат	121
§ 3.5. Ковариантные и контравариантные координаты тензоров	123
§ 3.6. Метрический тензор	126
§ 3.7. Площади и объемы, порождаемые базисными векторами	129
§ 3.8. Главные значения и инварианты симметричного тензора	131
§ 3.9. Дифференцирование базисных векторов	132
§ 3.10. Коэффициенты Ламе	134
§ 3.11. Ковариантное дифференцирование	136
§ 3.12. Тензор Римана–Кристоффеля	139
§ 3.13. Дифференцирование векторов базиса	142
§ 3.14. Дифференцирование по ортогональным координатам	144
§ 3.15. Зависимости Ламе	148
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	151
§ 3.16. Задание на расчетную работу	152
<i>Литература</i>	154