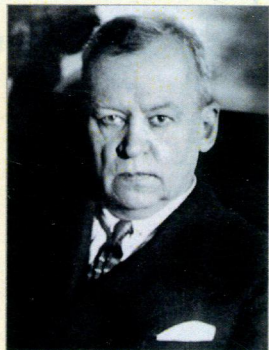


Физико-  
Математическое  
Наследие

**Н. Н. ЛУЗИН**

Академик АН СССР

Создатель московской  
математической школы



**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ  
ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО  
ПЕРЕМЕННОГО** ОБЩАЯ ЧАСТЬ



Математика

Математический анализ



*Физико-математическое наследие: математика  
(математический анализ)*

---

**Н. Н. Лузин**

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ  
ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО  
ПЕРЕМЕННОГО**

**Общая часть**

Издание стереотипное



**URSS**

**МОСКВА**

ББК 22.161 22.162 22.1я44 22.1я73 74

**Лузин Николай Николаевич**

**Теория функций действительного переменного: Общая часть.**

Изд. стереотип. — М.: ЛЕНАНД, 2023. — 320 с.

(Физико-математическое наследие: математика (математический анализ).)

Вниманию читателей предлагается классический труд по теории функций действительного переменного, написанный выдающимся советским математиком, академиком АН СССР Н. Н. Лузиным. Целью книги было решение педагогической проблемы преподавания начал теории функций. Автор стремился к тому, чтобы, не увеличивая объема научного материала, даваемого обычными курсами, представить его в возможно более живой форме, делающей его доступным и привлекательным для лиц, приступающих к углубленному изучению математического анализа.

Книга рекомендуется математикам и педагогам, преподавателям, аспирантам и студентам естественных и педагогических вузов.

Формат 60×90/16. Печ. л. 20. Доп. тираж. Зак. № АС-7416.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 11А, стр. 11.

**ISBN 978-5-9710-3602-9**

**978-5-9519-3638-7**

(мягкая обложка)

**978-5-9519-3639-4**

(твердый переплет)

© Н. Н. Лузин, 1948, 2022

© ЛЕНАНД, оформление, 2016, 2022

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: <a href="http://URSS.ru">http://URSS.ru</a>
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	<b>URSS</b>

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

*Предисловие*

*ко второму изданию* . . . . . 5

*Стр.*

**Глава I. Множество и мощность** . . . . . 7

- 1. Понятие множества . . . . . 7
- 2. Актуальная бесконечность. . . . . 9
- 3. Число и мощность . . . . . 11
- 4. Счетные множества . . . . . 15
- 5. Арифметика счетной мощности . . . . . 25
- 6. Несчетные множества . . . . . 26
- 7. Мощность континуума . . . . . 28
- 8. Теорема о мощности промежуточного множества . . . . . 37
- 9. Применение критерия равенства мощностей к разysканию мощности пространств многих измерений . . . . . 43
- 10. Арифметика мощности континуума . . . . . 48
- 11. О существовании высших мощностей . . . . . 49

**Глава II. Множества точек.** . . . . . 55

- 12. Линейные множества . . . . . 55
- 13. Сегменты и интервалы . . . . . 56
- 14. Ограниченные и неограниченные множества . . . . . 57
- 15. Границы множества . . . . . 58
- 16. Предельные точки и точки конденсации . . . . . 60
- 17. Производное множество. Замкнутые и совершенные множества . . . . . 63
- 18. Строение замкнутых и совершенных множеств . . . . . 66
- 19. Мера замкнутых и совершенных множеств . . . . . 69
- 20. Мощность замкнутых и совершенных множеств . . . . . 73
- 21. Категория . . . . . 84
- 22. Множества точек в многомерных пространствах . . . . . 85

**Глава III. Теория пределов.** . . . . . 97

- § 23. Необходимость обоснования теории пределов . . . . . 97
- § 24. Упорядоченные множества . . . . . 97
- § 25. Последовательности . . . . . 100
- § 26. Последовательности чисел. . . . . 102
- § 27. Неограниченные и ограниченные числовые последовательности . . . . . 103
- § 28. Пределы числовой последовательности . . . . . 103
- § 29. Лемма Бореля-Лебега и ее ближайшие следствия . . . . . 105
- § 30. Наибольший и наименьший пределы числовой последовательности . . . . . 107
- § 31. Непосредственное отыскание наибольшего и наименьшего пределов . . . . . 109
- § 32. Сходящиеся числовые последовательности . . . . . 110
- § 33. Конфинальные под-последовательности . . . . . 112
- § 34. Критерий сходимости числовой последовательности. . . . . 115
- § 35. Приложение критерия Коши . . . . . 117

**Глава IV. Функция и непрерывность** . . . . . 125

- § 36. Понятие функции . . . . . 125
- § 37. Геометрическое изображение функции . . . . . 126
- § 38. Аналитическое выражение. . . . . 131
- § 39. Функции неограниченные и ограниченные . . . . . 135
- § 40. Верхняя и нижняя границы функции в точке. Колебание в точке . . . . . 140
- § 41. Непрерывность . . . . . 146
- § 42. Непрерывность справа и слева . . . . . 151

	<i>Стр.</i>		<i>Стр.</i>
§ 43. Непрерывность и стремление к пределу . . . . .	154	§ 55. Равномерная сходимость функциональных рядов . . . . .	233
§ 44. Свойства непрерывных функций . . . . .	157	§ 56. Равномерно сходящиеся последовательности функций . . . . .	237
§ 45. Непрерывные функции многих переменных . . . . .	166	§ 57. Исследование равномерной сходимости . . . . .	240
§ 46. Функции, непрерывные от совокупности аргументов, и функции, непрерывные от каждого аргумента в отдельности . . . . .	172	§ 58. Исследование неравномерной сходимости . . . . .	248
§ 47. Пределы последовательностей непрерывных функций . . . . .	181	§ 59. Обобщенная равномерная сходимость . . . . .	252
<b>Глава V. Непрерывные кривые . . . . .</b>	<b>193</b>	§ 60. Квазиравномерная сходимость . . . . .	255
§ 48. Кривые Жордана и кривые Пеано . . . . .	193	§ 61. Теорема Вейерштрасса . . . . .	260
§ 49. Совершенные разрывные множества . . . . .	203	§ 62. Следствия теоремы Вейерштрасса . . . . .	270
§ 50. Кривые Пеано . . . . .	214	§ 63. Исследования Чебышева и Бореля . . . . .	271
§ 51. Кривые Жордана и Пеано в пространстве многих измерений . . . . .	223	§ 64. Основная теорема интегрального исчисления . . . . .	282
<b>Глава VI. Аналитическое изображение непрерывных функций . . . . .</b>	<b>227</b>	<b>Приложение I. Теория иррациональных чисел . . . . .</b>	<b>291</b>
§ 52. Функциональные ряды . . . . .	227	§ 65. Сечения рациональной сети . . . . .	291
§ 53. Правильно сходящиеся ряды . . . . .	228	§ 66. Иррациональные числа . . . . .	295
§ 54. Усиление критерия правильной сходимости методом предварительной группировки членов ряда . . . . .	230	§ 67. Рациональные приближения . . . . .	302
		§ 68. Положительные и отрицательные действительные числа . . . . .	302
		§ 69. Действия над иррациональными числами . . . . .	303
		§ 70. Принцип стягивающихся отрезков . . . . .	305
		<b>Приложение II. Классификация Бэра . . . . .</b>	<b>307</b>