

Б. А. ГОРЛАЧ

ТЕОРИЯ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР
2024

ББК 22.18я73

Г 69

Горлач Б. А.

Г 69 Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2024. — 320 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1429-1

Изложение соответствует Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования для студентов экономических и технических вузов. Приведены методические разработки практических занятий. Даны условия задач для самостоятельного решения и задания для выполнения расчетных работ. Приведены вопросы для проверки усвоения материала, в том числе для тестирования. Предлагаются типовые билеты для проведения контрольных работ, в том числе по теоретической части курса.

Может быть использован студентами для самостоятельного овладения материалом.

ББК 22.18я73

Обложка

Е. А. ВЛАСОВА

*Охраняется законом РФ об авторском праве.
Воспроизведение всей книги или любой ее части
запрещается без письменного разрешения
издателя.*

*Любые попытки нарушения закона
будут преследоваться в судебном
порядке.*

© Издательство «Лань», 2024

© Б. А. Горлач, 2024

© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Глава 1.</i>	Теория вероятностей	3
§ 1.1.	Основные понятия и определения	3
§ 1.2.	Классическое определение вероятности	6
§ 1.3.	Другие определения вероятности	8
§ 1.4.	Комбинаторика. Метод математической индукции	10
§ 1.5.	Перестановки, размещения, сочетания	12
§ 1.6.	Вероятность произведения событий	17
§ 1.7.	Вероятность суммы событий	21
§ 1.8.	Полная вероятность. Формула Байеса	25
§ 1.9.	Формула Бернулли	29
§ 1.10.	Формулы Муавра–Лапласа и Пуассона	31
§ 1.11.	Резюме	35
§ 1.12.	Вопросы	36
У п р а ж н е н и я		39
Тема 1.1, §§ 1.1–1.5.	Непосредственный подсчет вероятностей. Элементы комбинаторики	39
Тема 1.2, §§ 1.6–1.7.	Вероятности сумм и произведений событий.	51
Тема 1.3, §§ 1.8–1.10.	Формулы Байеса, Бернулли и Муавра–Лапласа	61
<i>Глава 2.</i>	Случайные величины	71
§ 2.1.	Закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ)	71
§ 2.2.	Действия над случайными величинами	74
§ 2.3.	Функция распределения дискретной случайной величины	77
§ 2.4.	Функция распределения непрерывной случайной величины	80
§ 2.5.	Плотность вероятностей	81
§ 2.6.	Математическое ожидание и его свойства	83
§ 2.7.	Дисперсия и ее свойства	86
§ 2.8.	Другие характеристики случайных величин	93

§ 2.9. Равномерное распределение	95
§ 2.10. Нормальное распределение	98
§ 2.11. Распределения Пирсона, Стьюдента и Фишера	101
§ 2.12. Резюме	105
§ 2.13. Вопросы	106
У п р а ж н е н и я	110
Тема 2.1, §§ 2.1–2.3, 2.5–2.7. Дискретные случайные величины	110
Тема 2.2, §§ 2.8–2.11. Непрерывные случайные величины	119
Типовые контрольные работы	131
<i>Глава 3. Предельные теоремы</i>	<i>134</i>
§ 3.1. Неравенство Чебышева	134
§ 3.2. Закон больших чисел	136
3.2.1. Теорема Бернулли	137
3.2.2. Центральная предельная теорема	138
§ 3.3. Резюме	139
§ 3.4. Вопросы	140
<i>Глава 4. Математическая статистика</i>	<i>142</i>
§ 4.1. Генеральная совокупность и выборка	143
§ 4.2. Статистические ряды	144
§ 4.3. Эмпирическая функция распределения	147
§ 4.4. Гистограмма и полигон частот	150
§ 4.5. Оценки параметров выборки и генеральной совокупности	153
§ 4.6. Оценка математического ожидания случайной величины	157
§ 4.7. Оценка дисперсии случайных величин	161
§ 4.8. Выборочное распределение	164
§ 4.9. Построение доверительных интервалов (ДИ)	168
4.9.1. ДИ для математического ожидания при известной дисперсии	169
4.9.2. ДИ для математического ожидания при неизвестной дисперсии	171
4.9.3. ДИ для среднего квадратического отклонения	174
§ 4.10. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода	177
§ 4.11. Критическая область и область принятия гипотезы	180

§ 4.12. Мощность критерия	182
§ 4.13. Проверка гипотез	184
4.13.1. Критерий Стьюдента	184
4.13.2. Критерий Фишера	190
4.13.3. Критерий согласия Пирсона	192
§ 4.14. Обработка статистического материала (пример)	193
§ 4.15. Резюме	202
§ 4.16. Вопросы	204
У п р а ж н е н и я	207
Тема 4.1, §§ 4.1–4.8. Оценки характеристик генеральной совокупности по выборкам	207
Тема 4.2, §§ 4.9–4.14. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез	214
Задание на расчетную работу	220
<i>Глава 5. Корреляция и регрессия</i>	<i>222</i>
§ 5.1. Статистическая и корреляционная зависимости	223
§ 5.2. Пример корреляционной зависимости	224
§ 5.3. Корреляционная таблица	227
§ 5.4. Метод наименьших квадратов	231
5.4.1. Линейная аппроксимация	231
5.4.2. Квадратичная аппроксимация	235
§ 5.5. Уравнения линейной регрессии	238
§ 5.6. Коэффициент корреляции и корреляционные отношения	242
§ 5.7. Оценка качества и анализ уравнений регрессии	245
§ 5.8. Построение уравнений регрессии (пример)	248
§ 5.9. Примеры решения задач регрессии	253
§ 5.10. Плоскости регрессии	262
§ 5.11. Множественная регрессия	265
§ 5.12. Реализация моделей множественной регрессии	268
§ 5.13. Системы взаимосвязанных уравнений	276
§ 5.14. Примеры систем уравнений	279
§ 5.15. Резюме	285
§ 5.16. Вопросы	287
<i>Глава 6. Метод Монте-Карло. Цепи Маркова</i>	<i>289</i>
§ 6.1. Понятие о методе Монте-Карло	289
§ 6.2. Разыгрывание дискретной случайной величины	290
§ 6.3. Разыгрывание противоположных событий	293
§ 6.4. Цепи Маркова	294
§ 6.5. Равенство Маркова	295

Тема 6. Цепи Маркова	297
Задание на расчетную работу	297
§ 6.6. Резюме	298
<i>Ответы</i>	299
<i>Литература</i>	303
<i>Приложения</i>	304
<i>Предметный указатель</i>	312