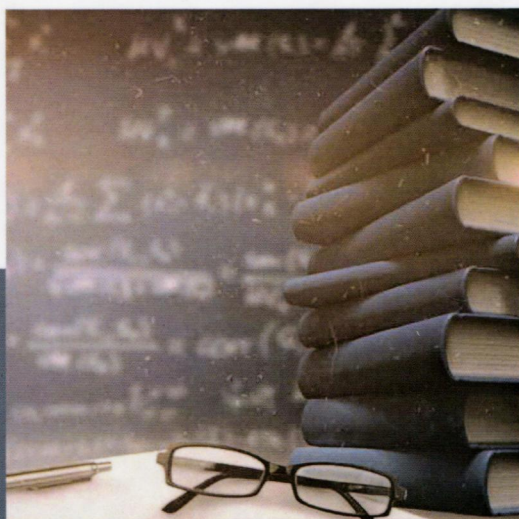


ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

УСТОЙЧИВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И СУММЫ НЕЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН



А. Н. Фролов



E.LANBOOK.COM

А. Н. ФРОЛОВ

УСТОЙЧИВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И СУММЫ НЕЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



ЛАНЬ

• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР •
2024

УДК 519.2
ББК 22.17я73

Ф 91 Фролов А. Н. Устойчивые распределения и суммы независимых случайных величин: учебное пособие для вузов / А. Н. Фролов. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 216 с. — Текст: непосредственный.

ISBN 978-5-8114-7561-2

Книга содержит систематическое изложение свойств устойчивых распределений, предельных теорем о сходимости к ним, предельных теорем для вероятностей больших уклонений сумм независимых одинаково распределённых случайных величин с распределениями из областей притяжения асимметричных устойчивых распределений и нормального закона, а также предельных теорем о сходимости с вероятностью единица для упомянутых сумм и их приращений. В книге освещается как ряд известных вопросов, так и ряд тем, ранее не затрагивавшихся в учебной литературе.

Книга рассчитана на студентов, обучающихся по направлениям и специальностям, требующим знакомства с предельными теоремами теории вероятностей, а также на аспирантов, преподавателей и научных работников, интересующихся рассматриваемыми вопросами.

**УДК 519.2
ББК 22.17я73**

Обложка
П. И. ПОЛЯКОВА

© Издательство «Лань», 2024
© А. Н. Фролов, 2024
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2024

Оглавление

Предисловие	6
Устойчивые распределения	9
1.1 Устойчивые распределения и их свойства	9
1.2 Моменты и экспоненты устойчивых законов	16
1.3 Каноническое представление устойчивой характеристической функции	20
1.4 Явный вид устойчивых характеристических функций	25
1.5 Устойчивые плотности	35
1.6 Устойчивые функции распределения	45
1.7 Асимптотические разложения устойчивых законов	48
1.8 Асимметричные устойчивые плотности	55
1.9 Асимметричные устойчивые функции распределения	59
1.10 Производящие функции моментов	63
Сходимость к устойчивым законам	65
2.1 Области притяжения	65
2.2 Области притяжения невырожденных устойчивых законов	72
2.3 Слабый закон больших чисел	83
2.4 Относительно устойчивые случайные блуждания	88

3	Вероятности больших уклонений	93
3.1	Большие и умеренные уклонения	93
3.2	Сопряжённые распределения	94
3.3	Неравенства для вероятностей больших уклонений	100
3.4	Асимптотическое поведение вероятностей больших уклонений	104
3.5	Функция больших уклонений	106
3.6	Асимптотическое поведение функции больших уклонений	109
3.7	Большие уклонения и притяжение к асимметричным устойчивым законам	119
4	Закон повторного логарифма	123
4.1	Закон повторного логарифма в случае конечных дисперсий	123
4.2	Закон повторного логарифма и притяжение к асимметричным устойчивым законам	124
5	Приращения сумм независимых случайных величин	129
5.1	Сильные предельные теоремы для приращений .	129
5.2	Универсальные предельные теоремы	131
5.3	Малые приращения	139
5.4	Большие приращения	142
6	Дополнение	144
6.1	Правильно меняющиеся функции	144
6.2	Интегралы от правильно меняющихся функций	147
6.3	Представление медленно меняющейся функции .	153
6.4	Теорема о равномерной сходимости	158
6.5	Асимптотически обратные функции	159
6.6	Интегралы от произведений, содержащих медленно меняющиеся функции	161

<i>Оглавление</i>	5
6.7 Распределения с правильно меняющимися хвостами	164
6.8 Доказательство лемм 1.5—1.9	168
6.9 Доказательство теорем 1.15 и 1.17	173
Обозначения	186
Предметный указатель	188
Библиографический комментарий	190
Литература	197