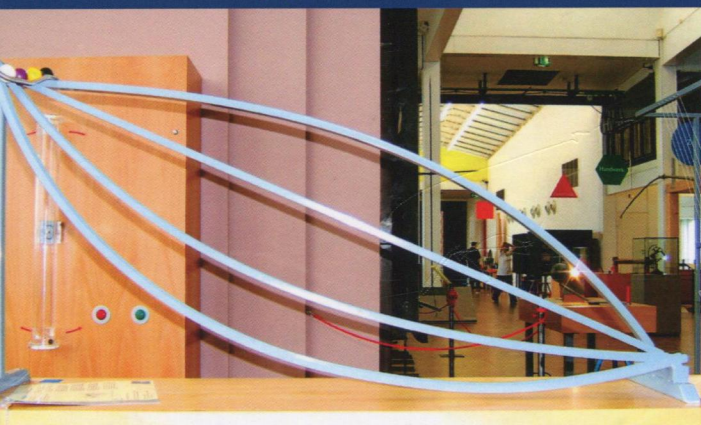


# ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

К. А. ЛЕБЕДЕВ



**К. А. Лебедев**

# **ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

Учебное пособие

Москва Вологда  
«Инфра-Инженерия»  
2023

УДК 517.97  
ББК 22.161.8  
Л33

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор *С. В. Юнов*;  
доктор технических наук, профессор *Г. А. Аршинов*

**Лебедев, К. А.**

**Л33** Вариационное исчисление : учебное пособие / К. А. Лебедев. –  
Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. – 220 с. : ил., табл.  
ISBN 978-5-9729-1224-7

Изложены теория и методы решения различных вариационных задач с иллюстрациями аналитического и численного способов их решения. Упор сделан на численные решения с помощью математического пакета mathCAD. Все решения задач доведены до «числа». В приложениях приводятся алгоритмы и программы. В основу положены лекции, которые читались автором на факультете компьютерных технологий и прикладной математики.

Для студентов, обучающихся по направлениям 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.03 «Прикладная информатика» при изучении дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление», а также аспирантов, обучающихся по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки).

УДК 517.97  
ББК 22.161.8

ISBN 978-5-9729-1224-7

© Лебедев К. А., 2023  
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2023  
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	1
1. Понятие функционала .....	6
2. Задача о брахистохроне .....	21
3. Вариация (дифференциал) функционала .....	31
4. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума .....	48
5. Частные случаи подынтегральной функции .....	55
6. Численные методы решения уравнения Эйлера .....	66
7. Другие постановки вариационных задач .....	82
8. Вариационная задача с подвижными границами .....	98
9. Достаточные условия экстремума функционалов .....	127
10. Экстремали с угловыми точками .....	148
11. Вариационные задачи на условный экстремум .....	175
12. Преобразование уравнений Эйлера к каноническому виду .....	185
Рекомендуемая литература .....	196
Приложения .....	197