

Ю. Л. Сачков

**Введение в
ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ
ТЕОРИЮ
УПРАВЛЕНИЯ**

Задача

УПРАВЛЯЕМОСТИ

Задача

**ОПТИМАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ**



URSS

Ю. Л. Сачков

**ВВЕДЕНИЕ
В ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ
ТЕОРИЮ
УПРАВЛЕНИЯ**



URSS

МОСКВА

Сачков Юрий Леонидович

Введение в геометрическую теорию управления. — М.: ЛЕНАНД,
2021. — 160 с.

Книга представляет собой краткий вводный курс по геометрической теории управления. Рассматриваются задачи управляемости и оптимального управления для нелинейных неголомомных систем на гладких многообразиях, в частности, на группах Ли.

По задаче управляемости рассматриваются: управляемость линейных систем, локальная управляемость нелинейных систем, теорема Нагано—Сусманна об орбите, теорема Рашевского—Чжоу, теорема Фробениуса, теорема Кренера.

По задаче оптимального управления: приведена теорема Филиппова, представлена инвариантная формулировка принципа максимума Понтрягина для задач на многообразиях, обсуждаются условия оптимальности высших порядков, детально рассмотрена субриманова задача. Приведено доказательство принципа максимума Понтрягина для субримановых задач, описано решение субримановой задачи на группе движений плоскости.

Изложение теории на всем протяжении иллюстрируется характерными примерами, такими как остановка поезда, управление движением мобильного робота, эластики Эйлера, задача Дидоны, качение сферы по плоскости. Многие разделы сопровождаются задачами для самостоятельного решения.

Для студентов физико-математических специальностей, аспирантов и научных работников в математической теории управления, а также всех интересующихся рассматриваемой проблематикой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-11-01387-П) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-31-51023)

Формат 60×90/16. Печ. л. 10. Зак. № АР-8758.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-8918-6

© ЛЕНАНД, 2021

978-5-9519-2037-9

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Содержание

Предисловие	7
Глава 1. Введение	13
1.1. Постановки задач управления	15
1.1.1. Примеры задач оптимального управления	15
1.1.2. Управляемые системы и задачи теории управления	29
1.2. Гладкие многообразия и векторные поля	32
1.3. Задачи	36
Глава 2. Задача управляемости	39
2.1. Управляемость	41
2.1.1. Управляемость линейных систем	41
2.1.2. Локальная управляемость нелинейных систем ..	45
2.1.3. Задачи	49
2.2. Теорема об орбите	49
2.2.1. Орбита управляемой системы	49
2.2.2. Предварительные сведения	50
2.2.3. Теорема об орбите	53
2.2.4. Следствия из теоремы об орбите	57
2.2.5. Теорема Фробениуса	60
2.2.6. Примеры	62
2.2.7. Задачи	63
2.3. Множества достижимости систем полного ранга ..	64
2.3.1. Теорема Кренера	64
2.3.2. Примеры	67
2.3.3. Задачи	72

Глава 3. Задача оптимального управления	73
3.1. Задача оптимального управления: постановка и существование решений	75
3.1.1. Постановка задачи	75
3.1.2. Сведение к исследованию множеств достижимости	76
3.1.3. Существование решений в задаче оптимального управления	78
3.2. Принцип максимума Понтрягина	79
3.2.1. Элементы симплектической геометрии	79
3.2.2. Формулировка принципа максимума Понтрягина	83
3.2.3. Решение задач оптимального управления	85
3.3. Субриманова геометрия	100
3.3.1. Субримановы структуры и кратчайшие	100
3.3.2. Ранговое условие управляемости для субримановых задач	103
3.3.3. Теорема Филиппова для субримановых задач	104
3.3.4. Принцип максимума Понтрягина для субримановых задач	104
3.3.5. Условия оптимальности для субримановых задач	106
3.3.6. Субриманова задача на группе Гейзенберга (задача Дидоны)	110
3.3.7. Доказательство принципа максимума Понтрягина для субримановых задач	114
3.3.8. Задачи	124
3.4. Субриманова задача на группе движений евклидовой плоскости	125
3.4.1. Группа движений евклидовой плоскости	126
3.4.2. Левоинвариантная субриманова задача на $SE(2)$	127
3.4.3. Существование решений	128
3.4.4. Принцип максимума Понтрягина	128
3.4.5. Геодезические и экспоненциальное отображение	130
3.4.6. Симметрии	131

3.4.7. Сопряженные точки	134
3.4.8. Структура экспоненциального отображения	135
3.4.9. Множество разреза и каустика	137
3.4.10. Субримановы сферы и волновые фронты	138
3.4.11. Симметричный метод	141
Заключение	143
Список иллюстраций	145
Литература	149
Предметный указатель	155