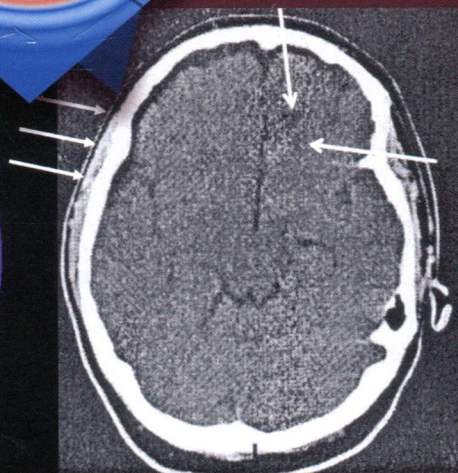
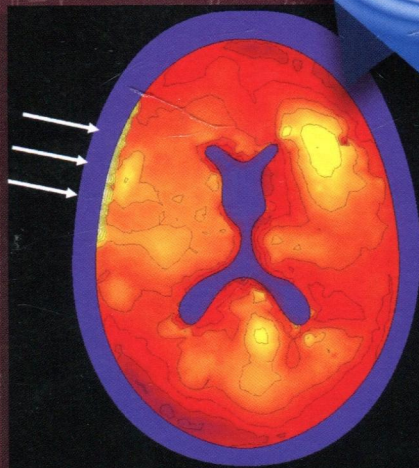


И. Б. ПЕТРОВ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ФИЗИКОВ



И. Б. ПЕТРОВ

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
МАТЕМАТИКА
ДЛЯ ФИЗИКОВ**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2021

УДК 519.63 (075.8)

ББК 22.19я73

П 30

Петров И.Б. **Вычислительная математика для физиков.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. — 376 с. — ISBN 978-5-9221-1887-3.

Рассматриваются вычислительные методы решения задач физики (в частности, механики, в том числе механики сплошных сред), а также различных прикладных задач. В книгу включены элементы функционального анализа, методы точных решений разностных уравнений, вопросы теоретического минимума по вычислительной математике для физиков и задачи для вычислительного практикума.

Для студентов университетов (факультетов физико-математического профиля) и технических вузов.

ISBN 978-5-9221-1887-3

© ФИЗМАТЛИТ, 2021

© И. Б. Петров, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1. Введение в предмет вычислительной математики	9
1.1. Из истории вычислительной математики.	9
1.2. Вычислительный эксперимент. Высокопроизводительные вычисления.	13
1.3. Особенности вычислительной математики.	18
Список литературы	22
Глава 2. Необходимые сведения из функционального анализа	25
2.1. Метрические пространства	25
2.2. Примеры метрических пространств	26
2.3. Линейные пространства	28
2.4. Примеры линейных пространств	29
2.5. Линейные нормированные пространства	30
2.6. Банаховы и гильбертовы пространства	33
2.7. Линейные операторы	34
2.8. Операторы в гильбертовом пространстве.	37
2.9. Операторные уравнения	38
2.10. Производные Гато и Фреше	39
2.11. Корректность задачи	40
Список литературы	41
Глава 3. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	42
3.1. Число обусловленности СЛАУ	42
3.2. Обусловленность СЛАУ	45
3.3. Прямые методы численного решения СЛАУ	47
3.4. Метод простых итераций (МПИ)	51
3.5. Сходимость итерационного процесса.	53
3.6. Итерационные вариационные методы последовательных приближений (итераций) численного решения СЛАУ	58
Список литературы	62
Глава 4. Приближение функций (аппроксимация функций в функциональных пространствах). Метод наименьших квадратов (МНК)	64
4.1. Постановка задачи	64
4.2. Существование и единственность полинома наилучшего приближения	66

4.3. Сходимость полинома наилучшего приближения	69
4.4. Полиномы Бернштейна	70
4.5. Аппроксимация тригонометрическими полиномами	72
4.6. Метод наименьших квадратов	72
Список литературы	78
Глава 5. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений	79
5.1. Введение	79
5.2. Неподвижная точка отображения, сжимающий оператор	80
5.3. Метод простых итераций (МПИ)	82
5.4. Метод Ньютона	85
Список литературы	93
Глава 6. Методы интерполяции функций	94
6.1. Постановка задачи	94
6.2. Интерполяционный полином в форме Лагранжа	95
6.3. Интерполяционный полином в форме Ньютона	98
6.4. Конечные разности	100
6.5. Погрешность интерполяции	101
6.6. Минимизация погрешности интерполяционного процесса	105
6.7. Сходимость интерполяционного процесса	106
6.8. Другие виды интерполяции	109
6.9. Многомерная интерполяция	110
6.10. Интерполяция с кратными узлами	112
6.11. Кусочно-полиномиальная сплайн-интерполяция	113
6.12. В-сплайны	119
Список литературы	121
Глава 7. Численные методы интегрирования функций	122
7.1. Интерполяционные квадратурные формулы	122
7.2. Квадратурные формулы Чебышёва, Гаусса, Гаусса–Кристоффеля	128
7.3. Вычисления кратных интегралов	137
7.4. Вычисления интегралов с особенностями	138
7.5. Апостериорная практическая оценка погрешности квадратурных интерполяционных формул	141
Список литературы	143
Глава 8. Численное решение задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	144
8.1. Методы Рунге–Кутты (нежесткие задачи)	144
8.2. Метод Рундсона	154
8.3. Барьеры Бутчера	156
Список литературы	160

Глава 9. Численное решение задачи Коши для систем жестких обыкновенных дифференциальных уравнений	161
9.1. Понятие жестких систем ОДУ	161
9.2. Устойчивость жестких систем ОДУ	165
9.3. Нелинейные жесткие системы ОДУ	168
9.4. Численные методы решения жестких систем ОДУ	172
Список литературы	181
Глава 10. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	183
10.1. Метод фундаментальных систем	183
10.2. Краевые задачи для уравнения второго порядка	187
10.3. Метод прогонки	190
10.4. Нелинейные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	195
10.5. Метод Фурье	198
10.6. Методы Рунге и Галёркина	200
Список литературы	206
Глава 11. Точные решения разностных уравнений	207
Список литературы	217
Глава 12. Основные понятия теории разностных схем	218
12.1. Сходимость, аппроксимация и устойчивость методов	218
12.2. Построение разностных схем. Исследование на сходимость	222
Список литературы	238
Глава 13. Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа (уравнения диффузии, теплопроводности)	239
13.1. Однородное линейное уравнение теплопроводности	239
13.2. Нелинейное одномерное уравнение теплопроводности	244
13.3. Методы расщепления для численного решения многомерных уравнений параболических типа	247
Список литературы	256
Глава 14. Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа	257
14.1. Двухслойные разностные схемы для численного решения линейного уравнения переноса	257
14.2. Двухслойные разностные схемы для решения нелинейного уравнения переноса	271
14.3. Трехслойные разностные схемы для решения уравнения переноса	275

14.4. Разностные схемы для решения волнового уравнения и акустической системы	277
14.5. Гибридные разностные схемы	282
Список литературы	289
Глава 15. Разностные методы для численного решения уравнений эллиптического типа (уравнения электростатики, Лапласа, Пуассона)	291
15.1. Постановка задачи Дирихле для уравнения Пуассона	291
15.2. Итерационные методы решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона	295
Список литературы	307
Глава 16 (дополнительная). Математические модели механики сплошных сред (МСС)	308
16.1. Вывод уравнений механики сплошных сред	308
16.2. Уравнения МСС в интегральной форме	311
16.3. Система уравнений газовой динамики	312
16.4. Уравнение Навье–Стокса, описывающее течение вязкой жидкости	314
16.5. Система уравнений теории упругости	315
16.6. Нестационарная модель динамики морских и океанических течений	317
16.7. Уравнения магнитной гидродинамики (МГД)	318
16.8. Система уравнений Прандтля ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости	322
16.9. Система уравнений теории мелкой воды	323
16.10. Система уравнений акустики	324
16.11. Введение в разностные схемы газодинамики	325
16.12. Уравнение бесстолкновительной плазмы (уравнение Власова)	331
Список литературы	333
Приложение 1. Теоретические вопросы к курсу лекций по вычислительной математике (теоретический минимум)	335
Приложение 2. Примеры задач к вычислительному практикуму по курсу	352